Computergrafik 2: Übung 2

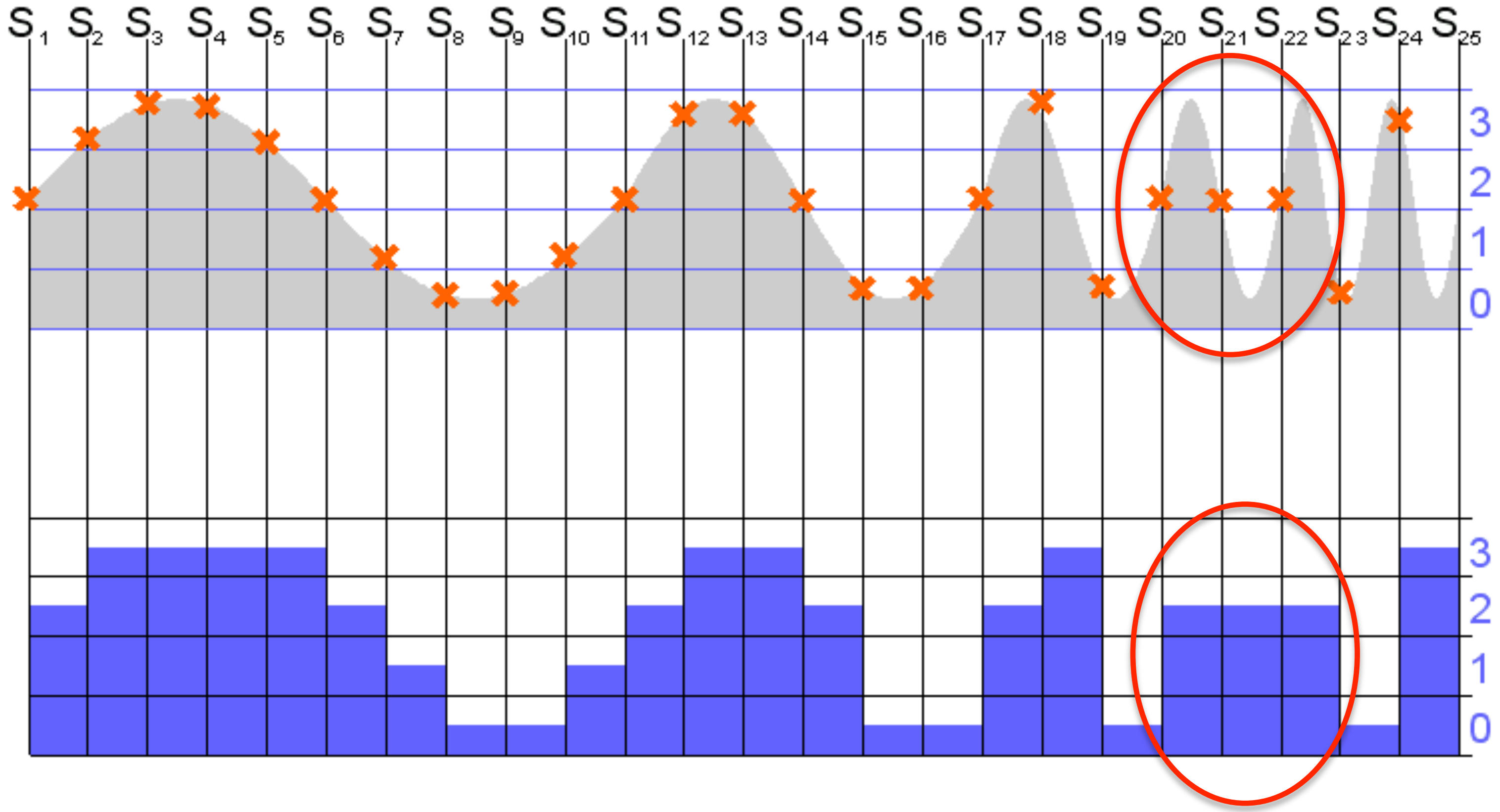
Subsampling und Moiré-Effekte, Color Maps und Histogrammlinearisierung

Inhalt

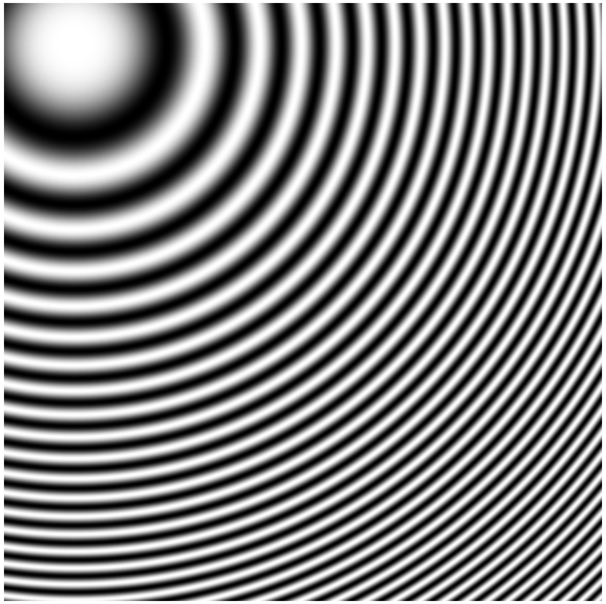
- Besprechung von Übung 1
- Subsampling und Moiré Effekte
- Color Maps
- Histogrammlinearisierung

Abtasttheorem von Nyquist-Shannon

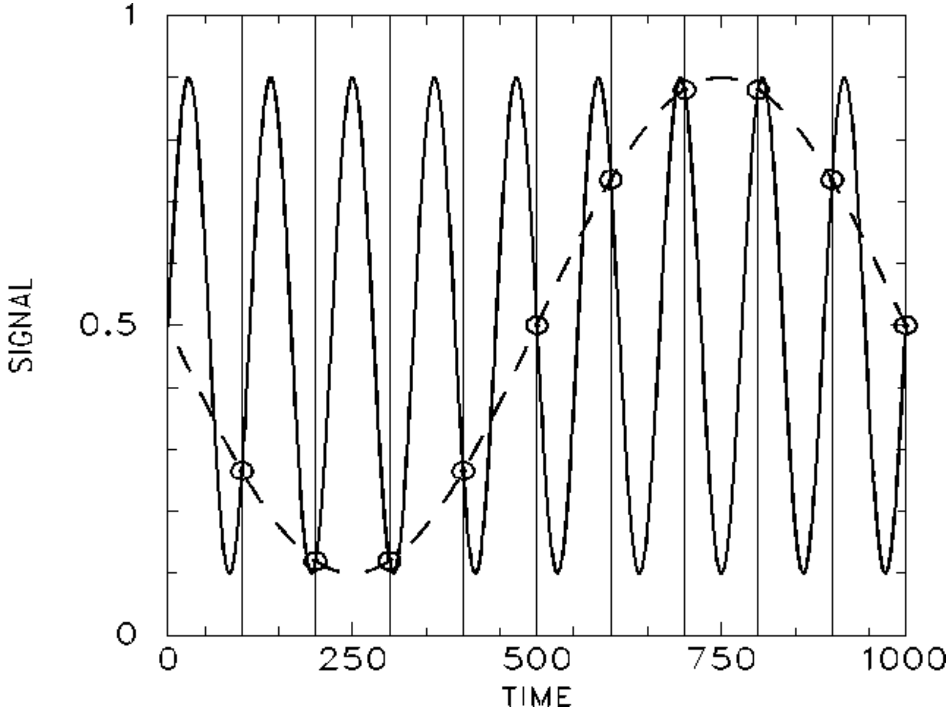
- Ein digitales Signal mit maximalem Frequenzanteil f_{max} muss mit mindestens der doppelten Frequenz $2\ f_{max}$ abgetastet werden



Subsampling und Moiré-Effekte



Zone Plate

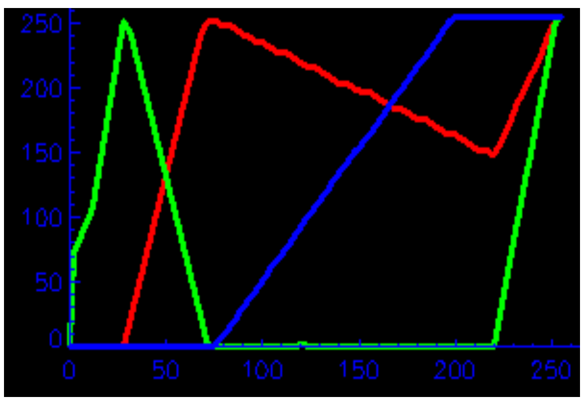


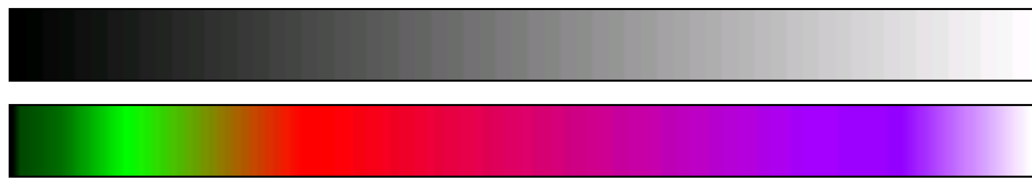
$$f_{abtast} < 2 f_{signal}$$

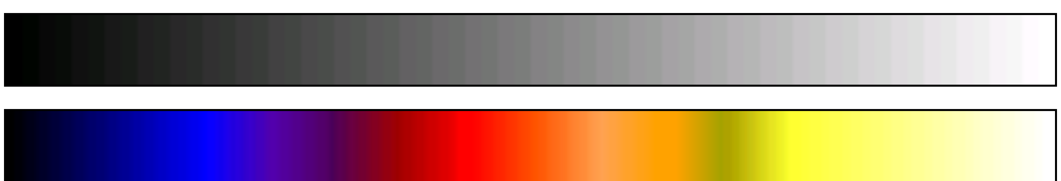
$$f_{alias} = \left| f_{abtast} - f_{signal} \right|$$

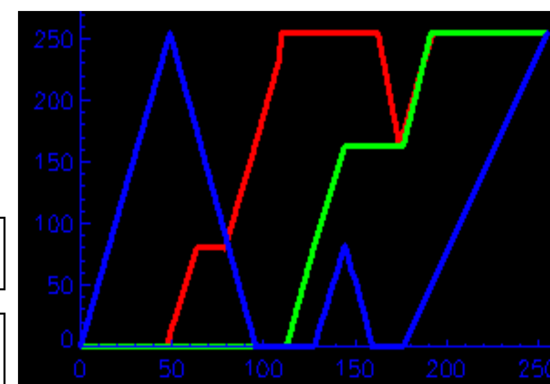
Farbe zur Kontrastverstärkung

- Es können wesentlich mehr Farb- als Grauwerte unterschieden werden.
- Kontrastverstärkung durch drei nicht-lineare, nicht-monotone Abbildungsfunktionen der Grauwerte: *redi*(*g*), *greeni*(*g*) *bluei*(*g*)

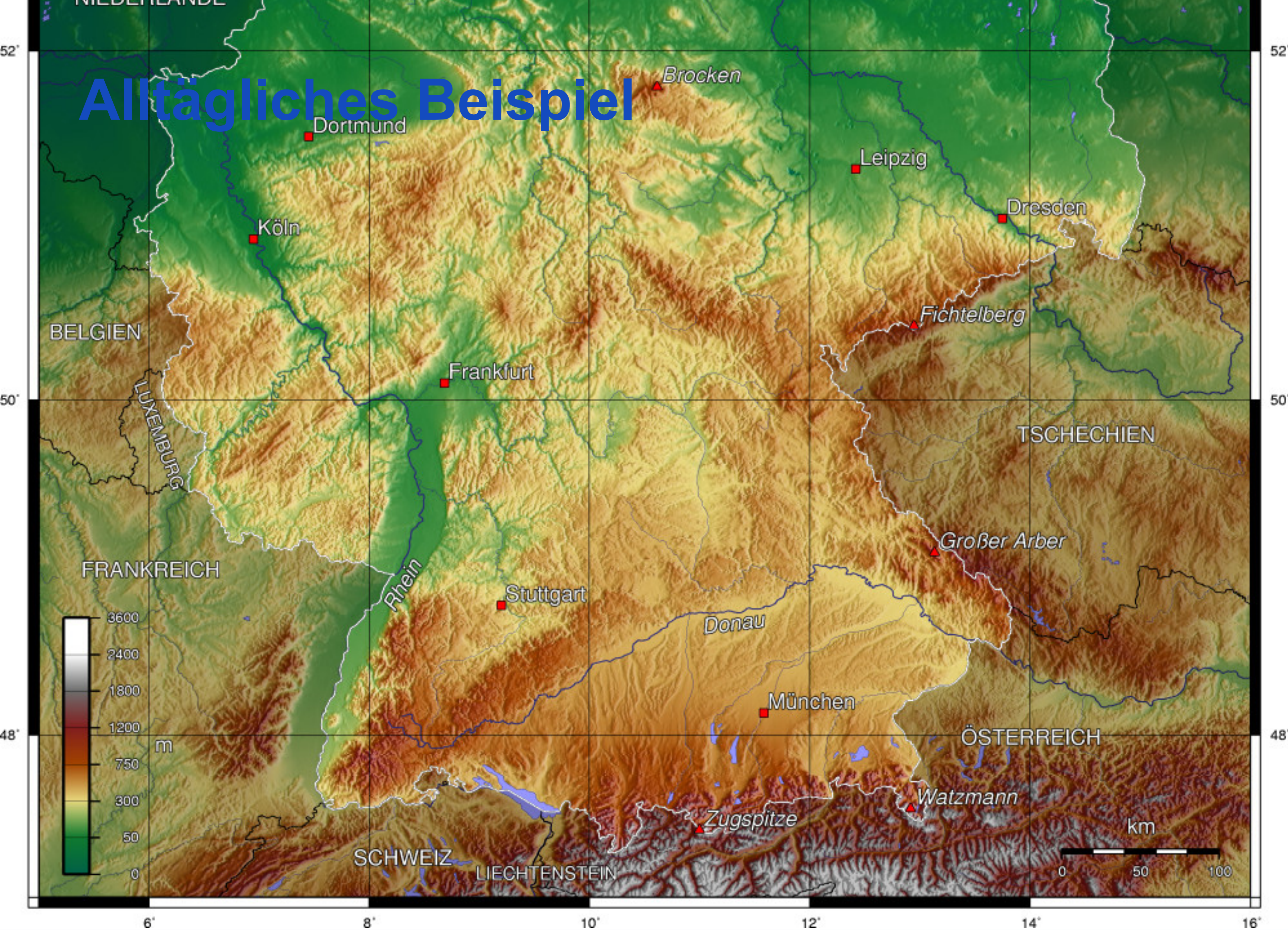






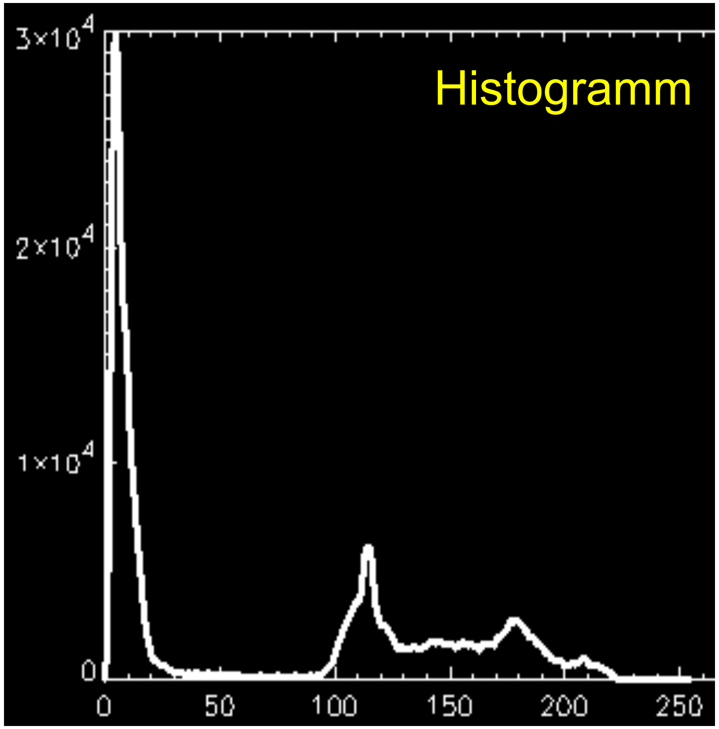


Alltägliches Beispiel



Maximierung der Entropie

- Gibt es eine „optimale“ Kontrast-Korrektur?
- Entropie als Maß für Ungewissheit (Münzwurf)
- Entropie als Maß für Kontrast (neben lokalem und globalem Kontrast)
- optimal = maximale Entropie



Informationsgehalt einer Pixelfolge

- Grauwertbereich {*0, ..., K-1*}
- Histogramm {*H*(*0*), ..., *H*(K-1)}
- Normiertes Histogramm {H_P (*0*), ..., H_P(*K-1*)}
  - Normiertes Histogramm als Schätzung für *P*
- Informationsgehalt eines Grauwerts

$$I(g) = \log_2 \frac{1}{H_P(g)} = -\log_2 H_P(g)$$

- Informationsgehalt einer Folge von Pixeln der Länge *N:*
  Häufigkeit des Auftretens gewichtet mit Informationsgehalt:

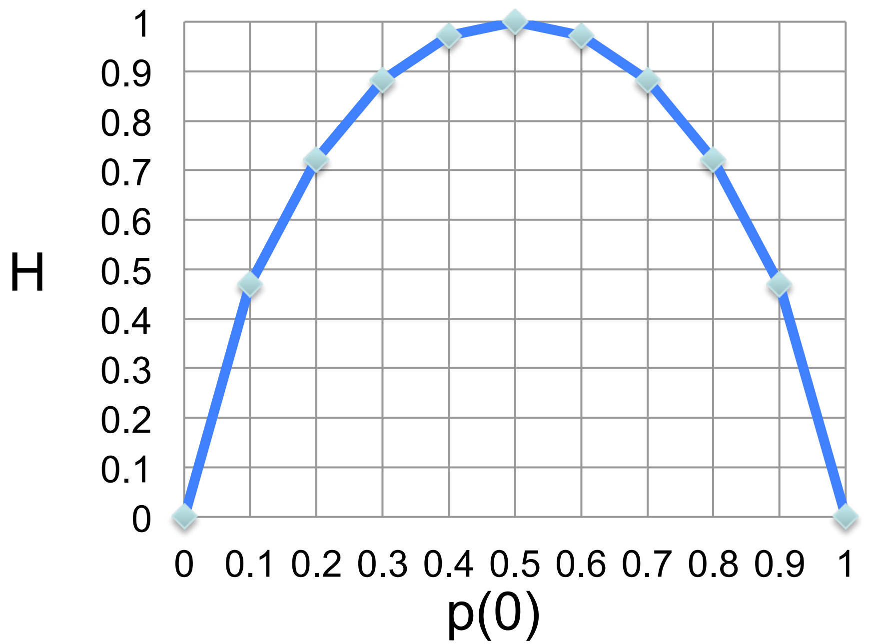
$$I_{ges} = -\sum_{i=0}^{K-1} H(i) \cdot \log_2 H_P(i)$$

- Durchschnittlicher Informationsgehalt = **Entropie**:

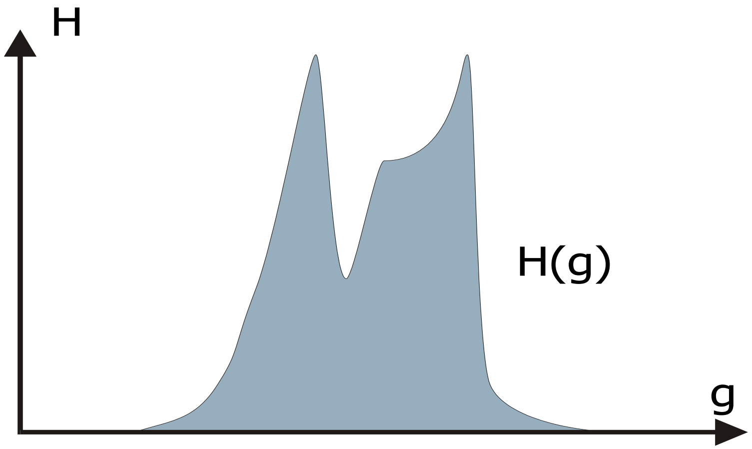
$$Entropie(H_P) = -\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{K-1} H(i) \cdot \log_2 H_P(i) = -\sum_{i=0}^{K-1} H_P(i) \cdot \log_2 H_P(i)$$

Beispiel: Entropie bei Münzwurf

- Zwei Ereignisse mit Wahrscheinlichkeit p(0)=x und p(1) = 1-p(0), bei idealer Münze: p(0) = p(1) = 0.5
- Entropie: $H = -p(0) \cdot \log_2 p(0) - p(1) \cdot \log_2 p(1)$
  - für p(0) = p(1) = 0.5: H = 1
  - für p(0) = 0.8, p(1) = 0.2: H = 0.72

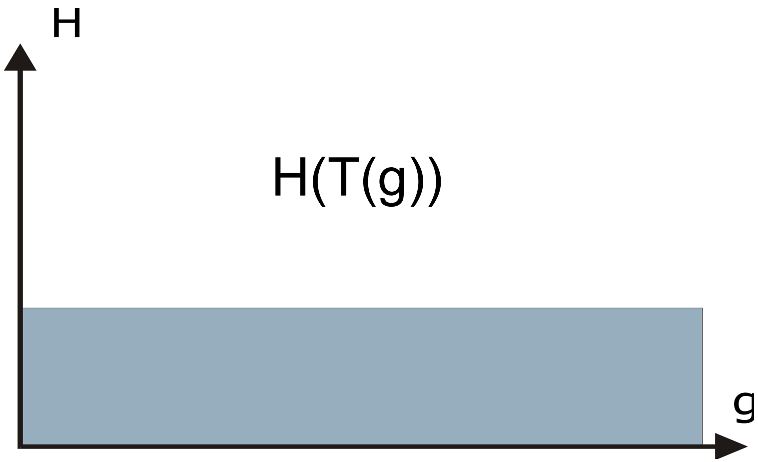


Maximierung der Entropie



Entropie ist maximal, falls $H_P(i)$
= const für i = 0, K-1

gesucht: Histogrammtransformation T(g) zur Maximierung der Entropie



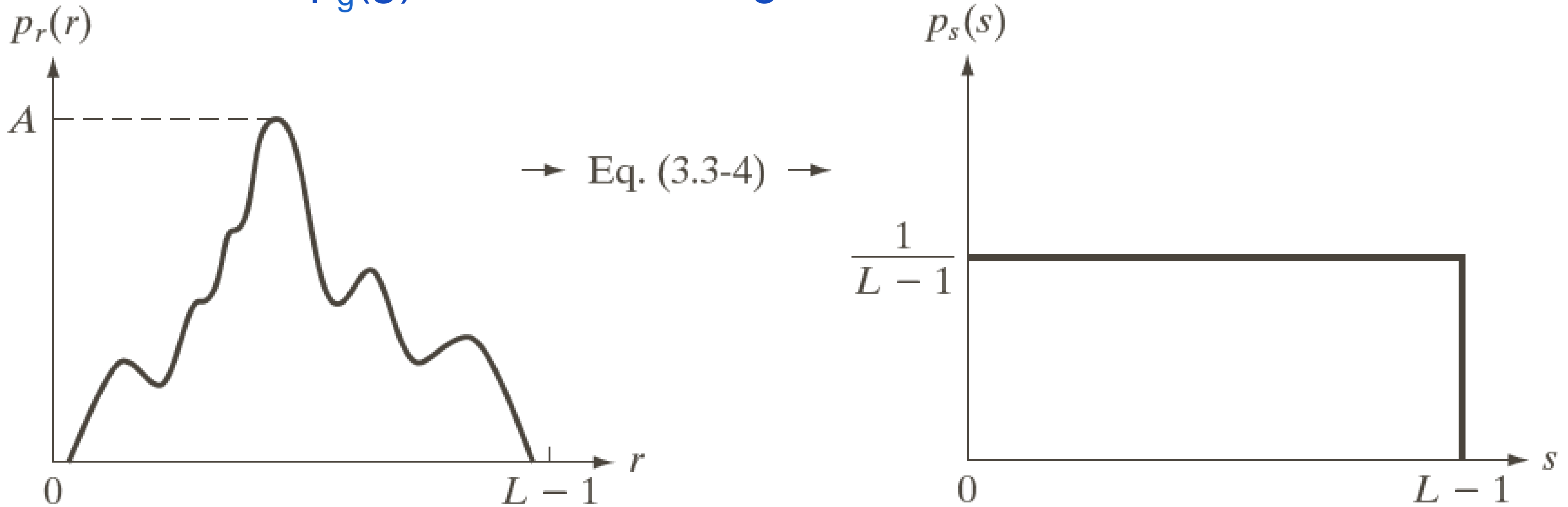
Annahme:
H(g) ist normiert und kontinuierlich,
d.h., $\int H(g)=1$

Dann existiert die Transferfunktion T

mit $T(g) = \int_{0...g} H(w)\, dw$

Histogrammlinearisierung

- Idee: Finden einer Transformation g = T(f), so dass g gleichverteilt ist und den gesamten Wertebereich füllt
- Vereinfachende Annahmen:
  - $0 \leq f \leq 1 \qquad 0 \leq g \leq 1$
  - T(f) ist streng monoton steigend, also existiert $f = T^{-1}(g)$
  - Gesucht: $p_g(g) = 1$ für alle $0 \leq g \leq 1$



© R. C. Gonzalez & R. E. Woods, Digital Image Processing

Histogram Equalization

p(x) dx = p(y) dy

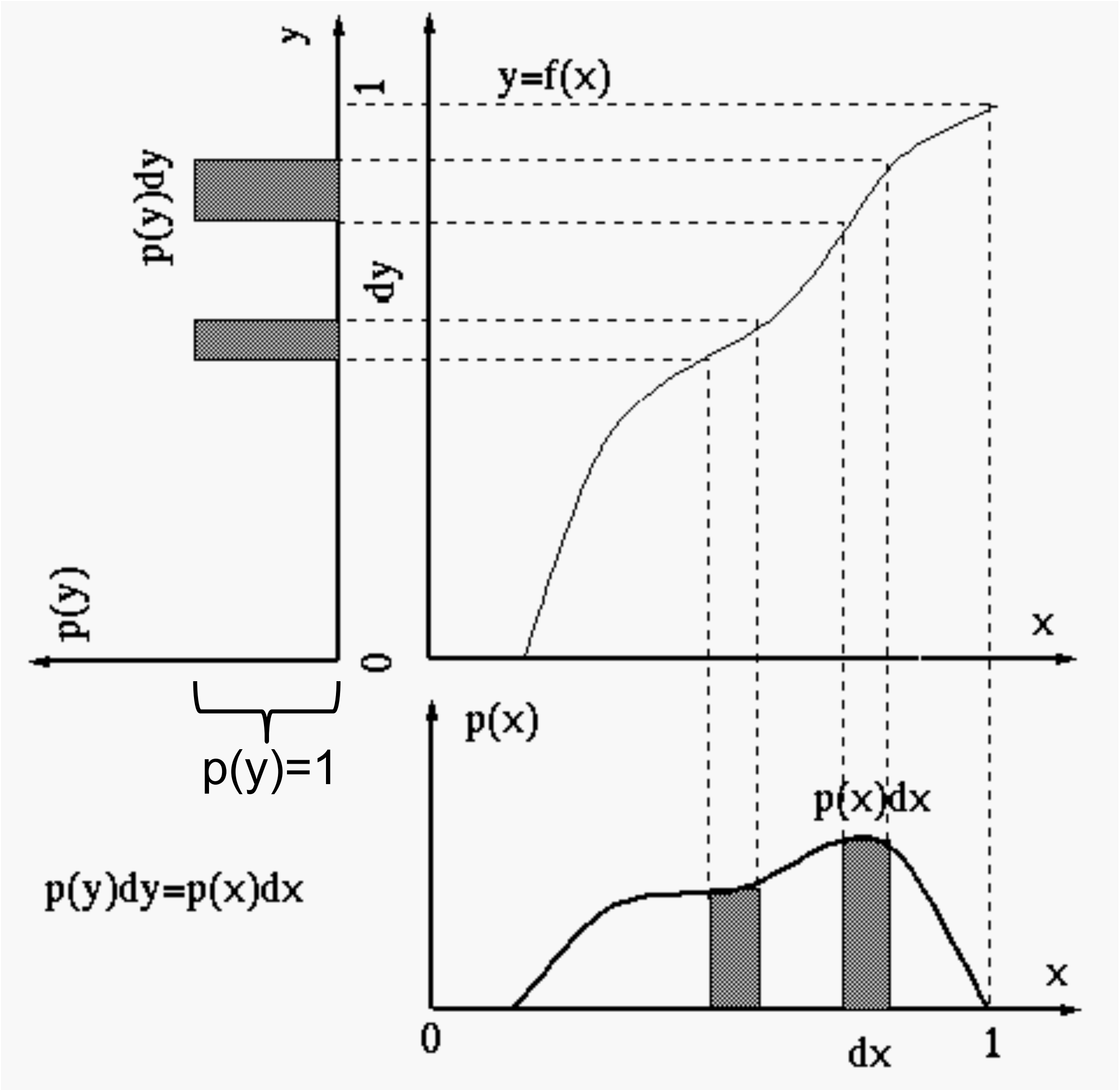
p(y) = const = 1

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = p(x)$$

$$\Rightarrow y = f(x)$$

$$= \int_0^x p(u)\,du$$

$$= P(x) - P(0) = P(x)$$

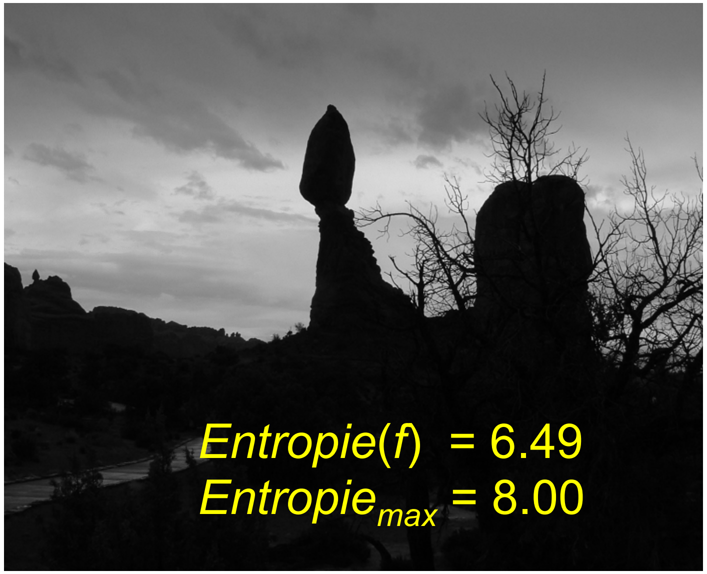


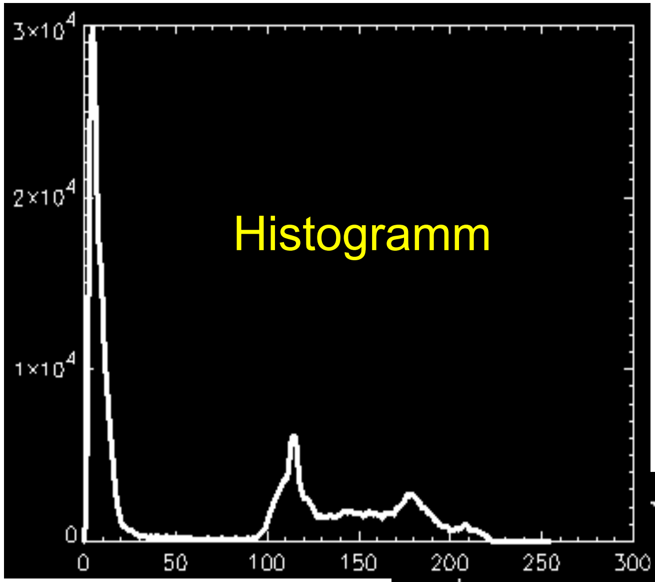
p: Wahrscheinlichkeitsdichte

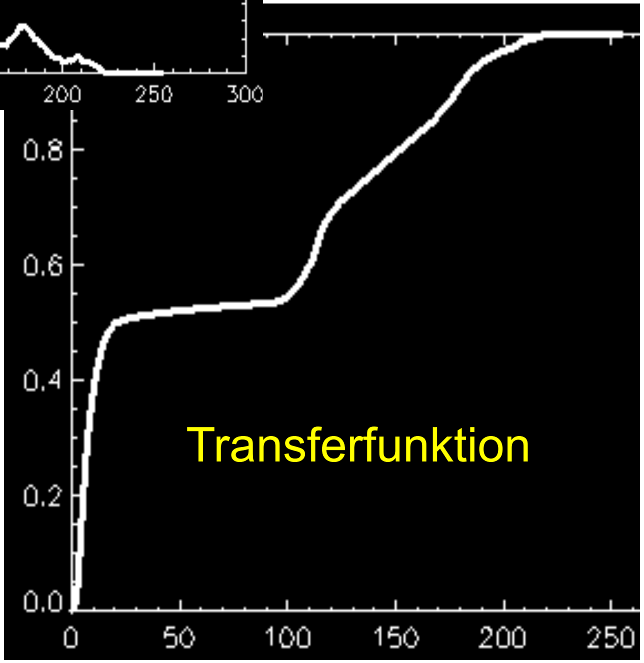
P: kumulative Verteilungsfunktion

Source: http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/contrast_transform/node3.html

Beispiel







Aber: was ist, falls $g'(g) \cdot (N-1)$ keine ganze Zahl ist?

Histogrammlinearisierung

Transferfunktion für ein diskretes Histogramm H:
N_{gray} = Anzahl der Grauwerte, N_{img} = Anzahl der Bildpunkte

$$T(g) = \frac{N_{gray}}{N_{img}} \sum_{i=0}^{g} H(i)$$

Beispiel (N_{gray} = 8, N_{img} = 1000):

Grauwert g	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
H(g)	50	150	350	250	100	60	30	10
$\sum_{i=0}^{g} H(i)$	50	200	550	800	900	960	990	1000
T(g)	0	1	4	6	7	7	7	8
clamp to 0..N_{gray}-1	0	1	4	6	7	7	7	7

Da diskretes Histogramm: Keine Linearisierung,
sondern von der Häufigkeit abhängige Spreizung.

Histogrammlinearisierung (H normalisiert)

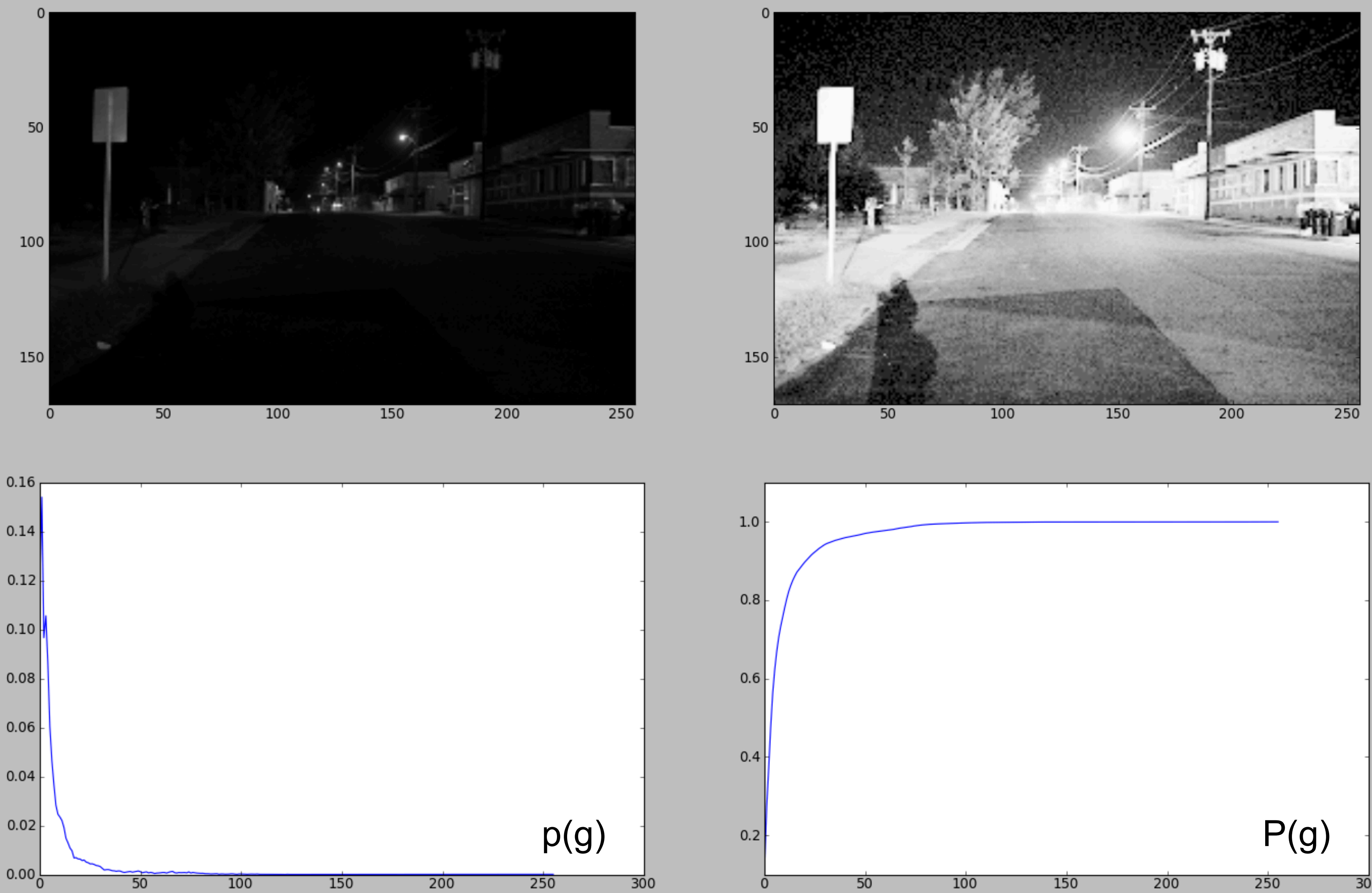
Transferfunktion für ein normalisiertes Histogramm H_P: $\sum_{i=0}^{g} H_P(i) = 1$

N_{gray} = Anzahl der Grauwerte

$$T_P(g) = N_{gray} \sum_{i=0}^{g} H_P(i)$$

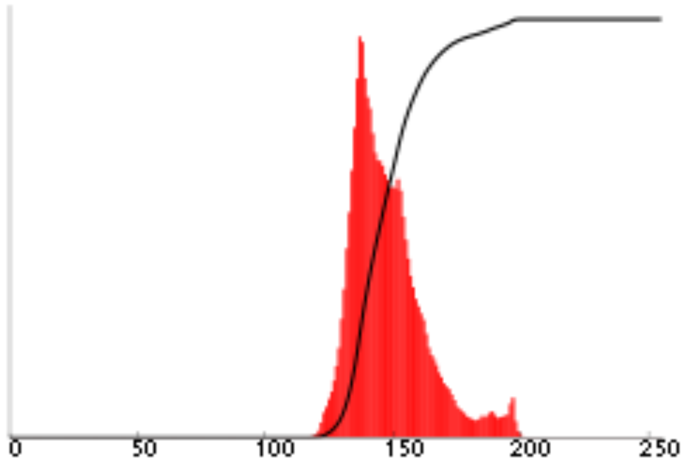
Beispiel (N_{gray} = 8):

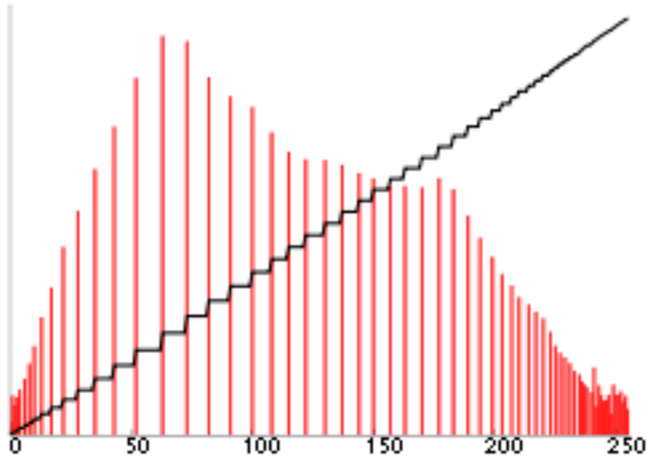
Grauwert g	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
H(g)	50	150	350	250	100	60	30	10
$H_P(g)$	0.05	0.15	0.35	0.25	0.1	0.06	0.03	0.01
$\sum_{i=0}^{g} H_P(i)$	0.05	0.2	0.55	0.8	0.9	0.96	0.99	1
$T_P(g)$	0.4	1.6	4.4	6.4	7.2	7.68	7.92	8
round and clamp to 0..N_{gray}-1	0	2	4	6	7	7	7	7



p(g)
P(g)

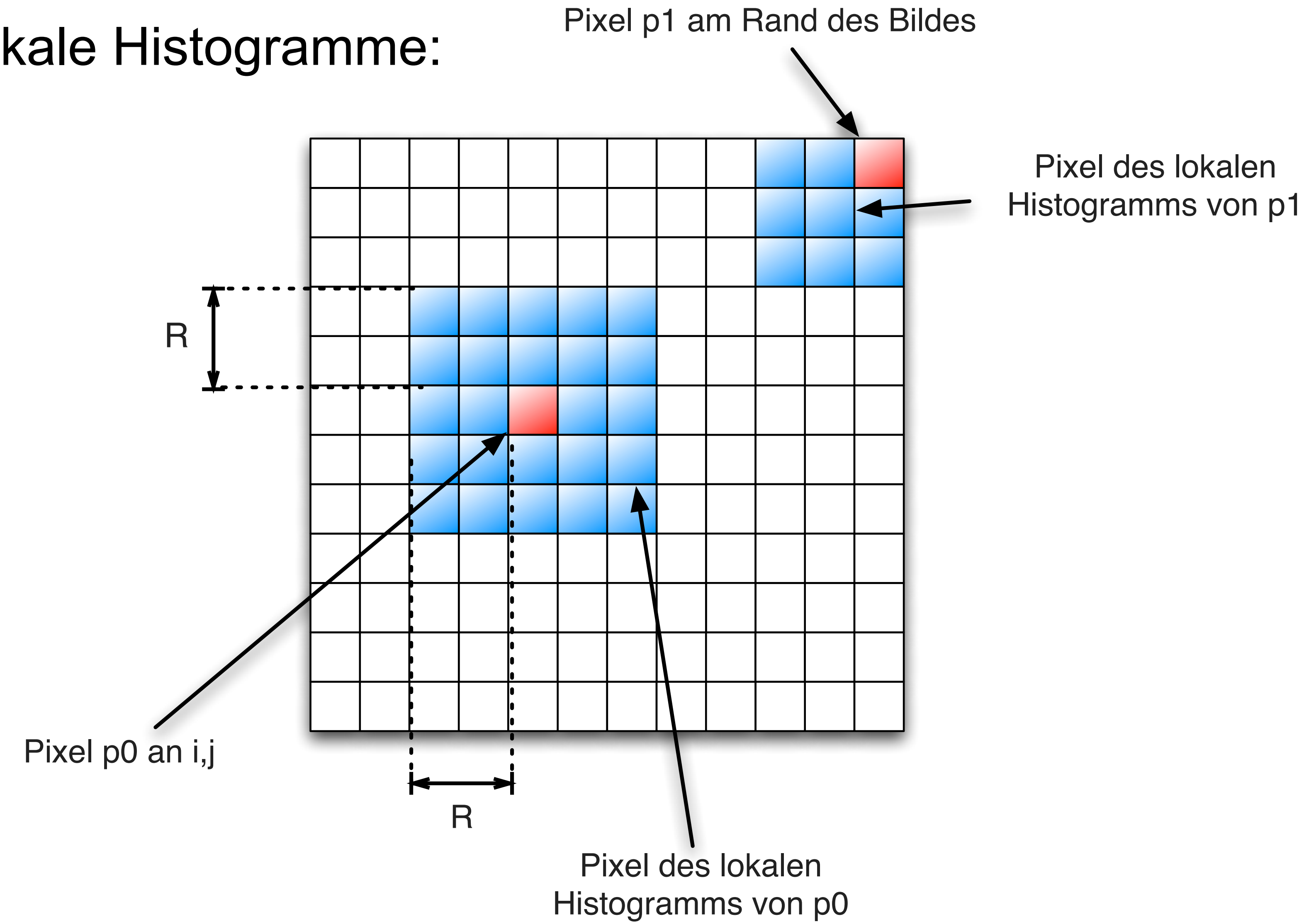
Weiteres Beispiel



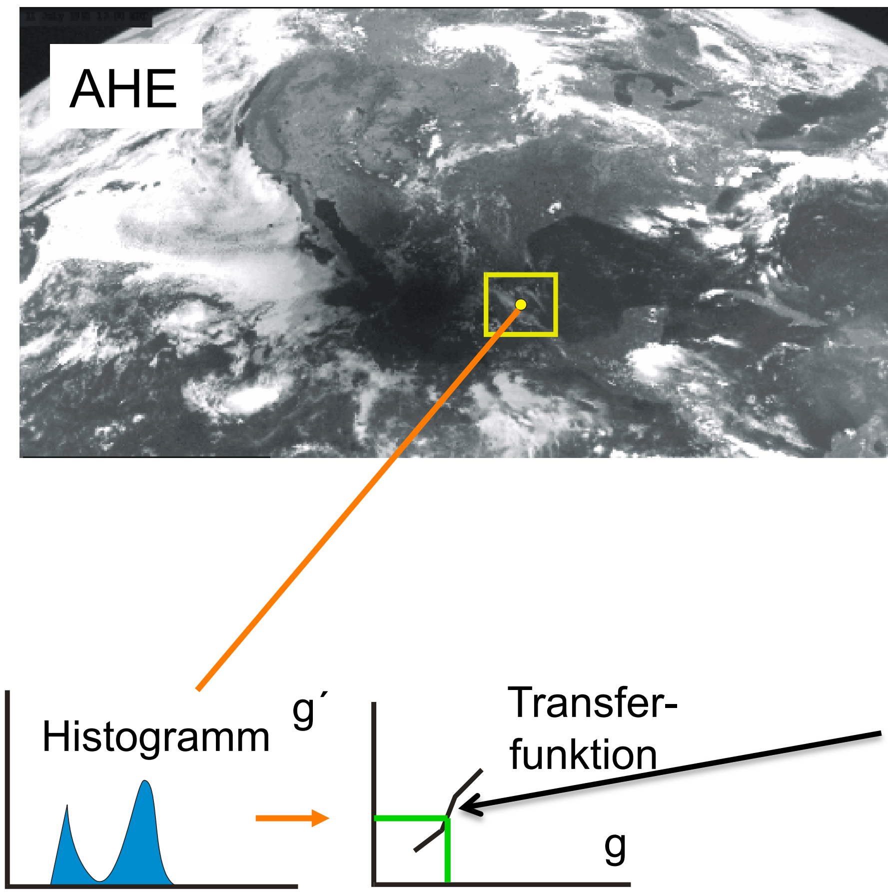


Adaptive Histogrammlinearisierung

Lokale Histogramme:



Kontrastlimitierende Adaptive Histogrammlinearisierung



Steigung begrenzen!