Übungsblatt 1: Lineare Algebra

Abgabe:
Dieses Übungsblatt ist einzeln oder in einer Gruppe zu lösen (wir empfehlen allerdings es allein zu bearbeiten). Die Lösung ist bis **Montag**, den **16. Mai 2011, 12:00 Uhr s.t.** über UniWorx (http://www.pst.ifi.lmu.de/uniworx) abzugeben.
Es werden nur die Formate PDF und Plain-Text (UTF-8) akzeptiert. Benennen Sie die Dateien nach dem Schema <Übungsblatt>-<Aufgabe>.<extension>, d.h. die Lösung der ersten Aufgabe geben Sie in einer Datei 1-1.txt oder 1-1.pdf ab. Packen Sie alle Dateien in eine ZIP-Datei und laden Sie diese bei UniWorx hoch.
Zum Formatieren der Matrizen und Vektoren können Sie gerne TeX oder den Formel-Editor von Word/OpenOffice verwenden – das macht Ihre Lösung für uns übersichtlicher, danke!

Inhalt:
Ziel dieses Übungsblattes ist, grundlegende Elemente und Verfahren aus der Linearen Algebra zu wiederholen. Diese werden in der 3D-Computergrafik immer wieder gebraucht. Bitte rechnen Sie die Aufgaben per Hand. Wir empfehlen Ihnen außerdem, kleine Hilfsskizzen zu zeichnen um die Aufgabe grafisch zu veranschaulichen.

Hintergrund:
In diesem Abschnitt finden Sie in jedem Übungsblatt Hilfsmaterialien, Anleitungen und andere frei verfügbare Informationsquellen die Ihnen bei der Bearbeitung helfen können.

Übungsblatt 1 behandelt simple Lineare Algebra mit Vektoren und Matrizen. Verwenden Sie daher Material was sie zu Mathe Grund- und Leistungskursen und den Lineare Algebra Vorlesungen an der Uni zur Hand haben. Ausführliche Erklärungen zu verschiedenen Konzepten der Linearen Algebra finden sich (auch auf deutsch!) auf wikipedia.org.

Aufgabe 1: Vektoren

Gegeben seien drei Vektoren v_1, v_2, v_3 mit

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Beträge der Vektoren sowie Skalarprodukt, Kreuzprodukt und Winkel zwischen v_1 und v_2, v_2 und v_3, v_1 und v_3.
Welche besondere Eigenschaft haben die drei Vektoren?

Aufgabe 2: Transformationsmatrix

Erzeugen Sie eine (homogene) Transformationsmatrix A, die die folgenden Transformationen eines Vektors in dieser Reihenfolge repräsentiert:

- Rotation um -33,7° um die Y-Achse
- Rotation um -56,3° um die X-Achse
- Translation um 2,36 in der Z-Achse

Geben Sie A an. Werte sollen auf zwei Nachkommastellen genau sein.
Tipp: *Die Spur der Matrix beträgt ≈ 2,84*

Aufgabe 3: Verschobener Geburtstag

Gegeben sei ein Punkt p mit den Koordinaten

$$p = \begin{pmatrix} Tag \\ Monat \\ Jahr \end{pmatrix},$$

wobei *Tag*, *Monat*, und *Jahr* ihren Geburtstag (Jahr zweistellig) repräsentieren. Wenden Sie die Transformationsmatrix A darauf an und geben Sie sowohl p als auch den transformierten Punkt p' auf zwei Nachkommastellen genau an.

Aufgabe 4: Kameratransformationen

Matrixoperationen werden in der Computergrafik vor allem für die perspektivischen Transformationen einzelner Punkte und Kanten verwendet.
Gegeben sei eine Kamera an der Position c, die nach a ausgerichtet ist. Weiterhin enthält die Szene eine Kugel mit Mittelpunkt m und einem Radius von 10 Einheiten.

$$c = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ -10 \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}, m = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ -22 \end{pmatrix}$$

Fertigen Sie eine Skizze mit der Kamera und der Kugel an. Bilden Sie den Einheitsvektor a‘ zu a. In welchem Winkel steht der Kugelmittelpunkt zur Kamera? Nach welchem Vektor müsste die Kamera ausgerichtet sein damit sie frontal auf die Kugel zeigt?