Computergrafik 1
2. Teil: Bildverarbeitung

Digitalfotografie, Abtastung von Bildern, Konvolution und Korrelation, Fouriertransformation

Themen heute

- Bilder aus der Digitalfotografie
  - Kontrastumfang, Histogramme
  - Kurzeinführung Zonensystem
  - High Dynamic Range (HDR) Bilder
- Abtastung von Bildern
  - Sampling
  - Aliasing
  - Moire Muster
- Konvolution und Korrelation
- Fourier-Transformation (Anfang)

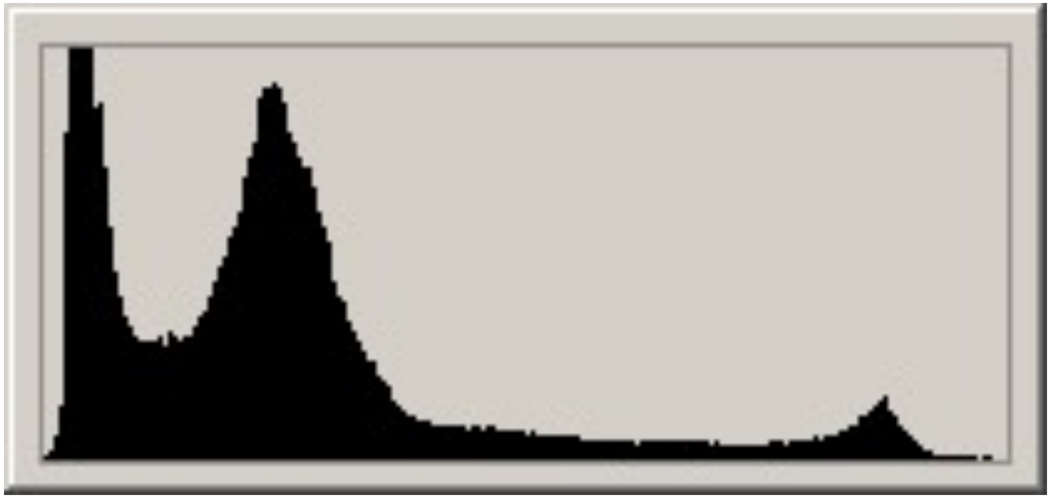
Bilder aus der Digitalfotografie

Kontrastumfang einer Szene

Kontrastumfänge versch. Medien

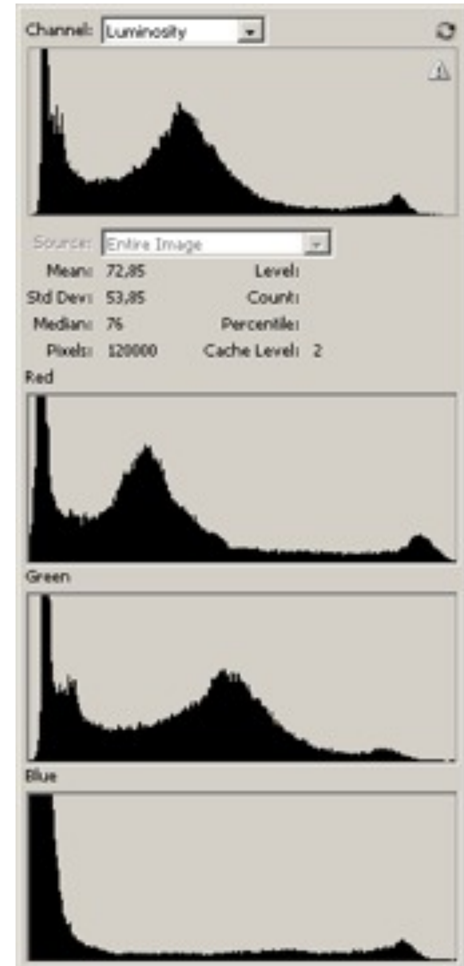
- Auge:
  - 2^{10} ohne Irisanpassung
  - 2^{20} mit Irisanpassung
- Schwarzweißfilm: ca. 2^8
  - Push-Entwicklung: 2^7
  - Pull-Entwicklung: 2^9
- Moderner Farbnegativfilm: 2^{10}
- Diafilm: 2^5
- Digitalkamera:
  - EOS 10D bei 400 ASA: 2^9

Histogramm eines Bildes

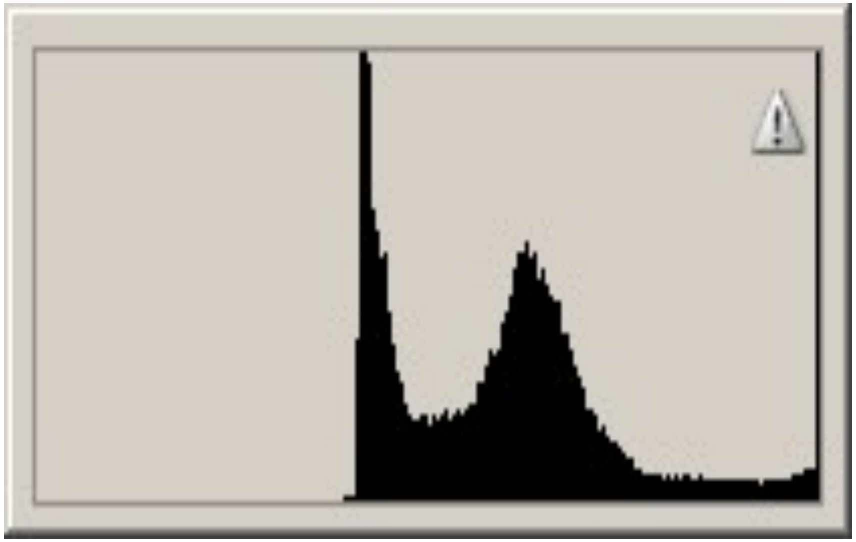


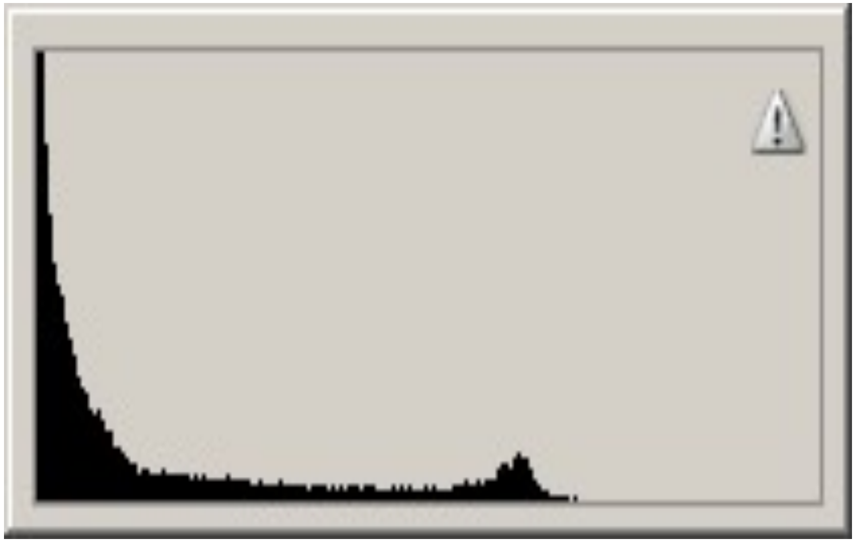
- Relative Anzahl der Pixel im Bild je Helligkeit
- Wichtiges Instrument zur Beurteilung der Datenqualität

Histogramme der Farbkanäle

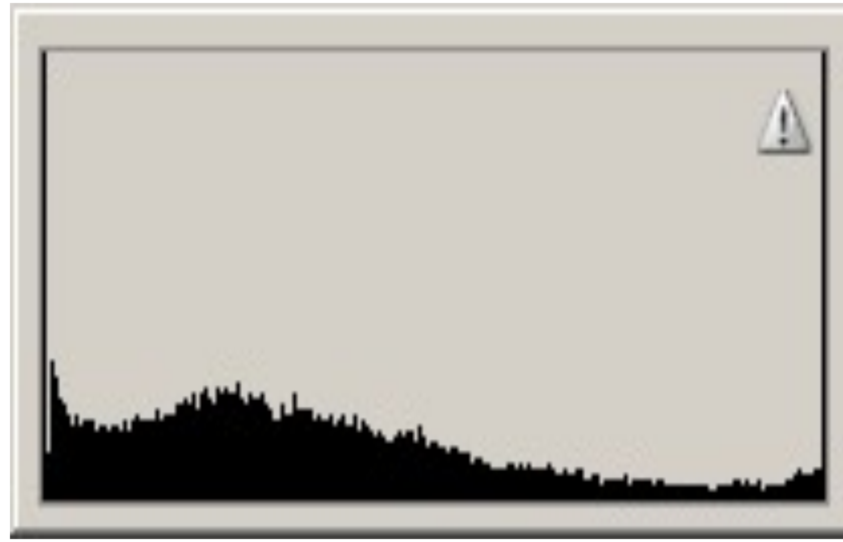


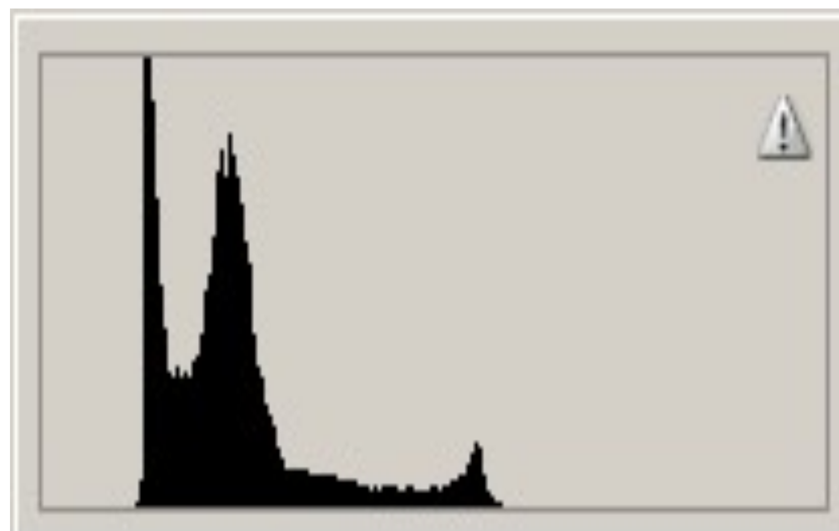
Über- und Unterbelichtung





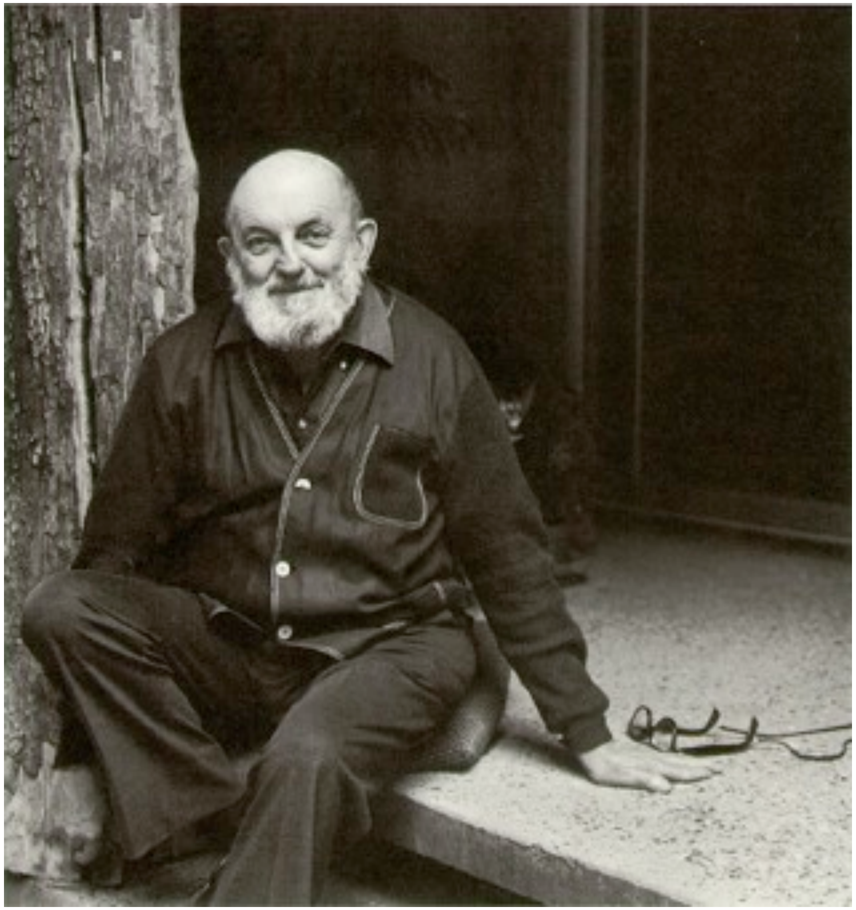
Kontrastanhebung und -absenkung



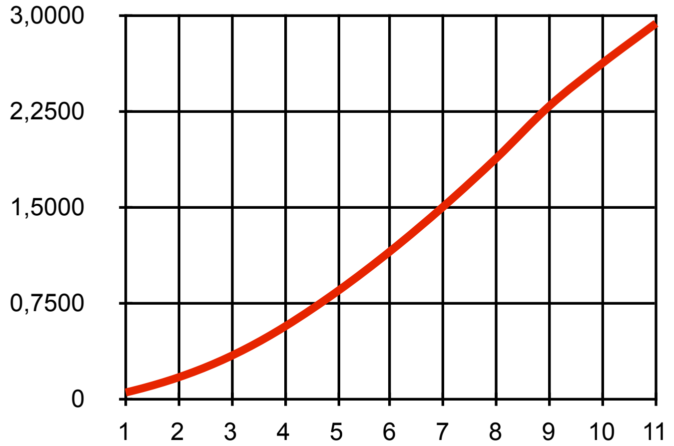


Exkurs: Zonensystem (Ansel Adams)

- Ansel Adams [1902-1984]
- Landschaftsfotografie in S/W in Perfektion
- Verwendeter Prozess:
  - S/W Negativfilm (Großformat)
  - Abzug auf S/W Papier
  - Komplette Steuerung der Entwicklungsprozesse für Negativ und Positiv
  - Abwedeln und Nachbelichten zur Steuerung lokaler Bildhelligkeit
- Definition von 10 „Zonen“ für Helligkeiten im Bild



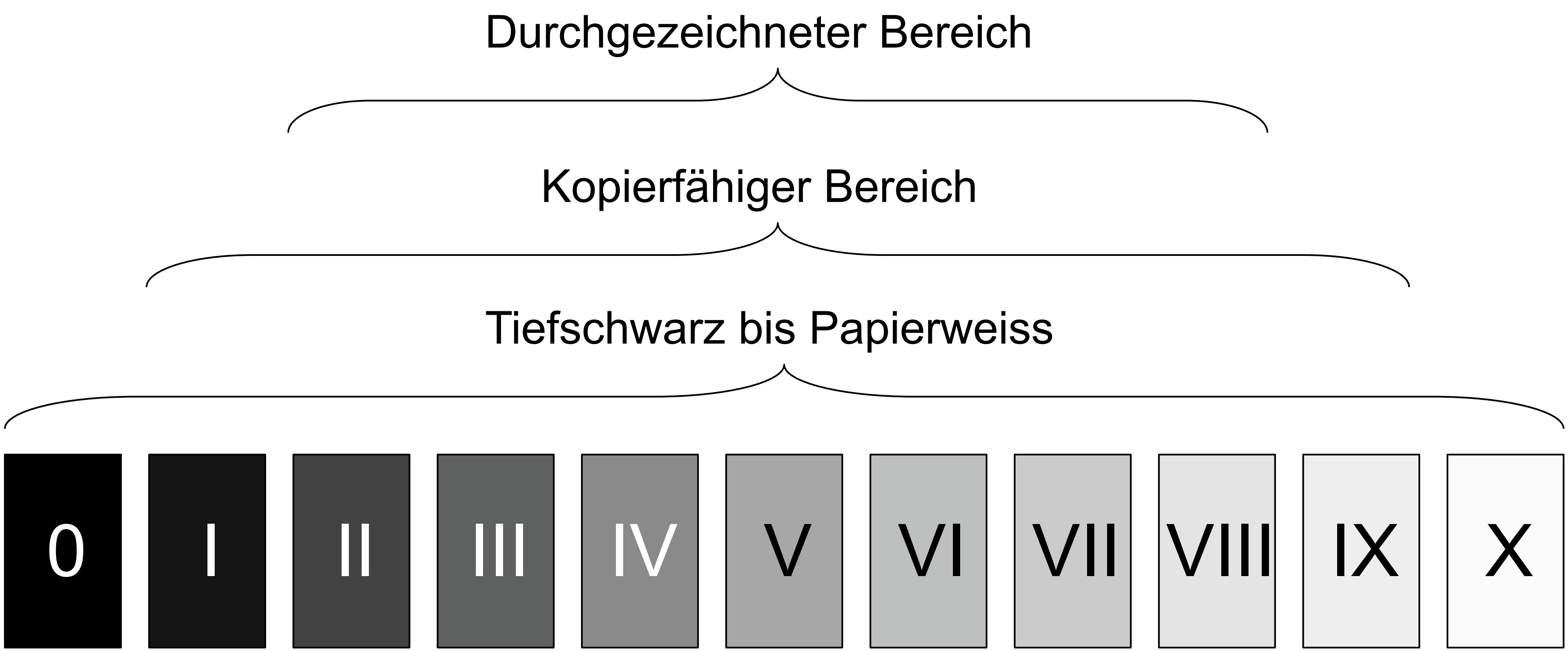
Schwärzungskurve von Filmen



- X-Achse: Logarithmus der Belichtung (entspr. Blenden- oder Zeitstufen)
- Y-Achse: Dichte des geschwärzten Films, ebenfalls logarithmische Einheit
- Kurve best. aus Fuß, linearem Bereich, Schulter

Definition der Zonen

- Jede Zone entspricht einer Belichtungsstufe, also der Verdopplung der Lichtmenge
  - Durch Wahl der nächstkleineren Blendenzahl
  - Oder durch Verdopplung der Belichtungszeit



Definition der Zonen

- II: tiefe Schatten fast ohne Details
- III: voll durchgezeichnete Schatten
- IV: dunkles Laubwerk
- V: Neutralgrau mit 18% Reflexion
- VI: mittlere Hauttöne
- VII: helle Hauttöne, Schneeflächen
- VIII: noch gezeichnete Lichter
- IX: fast Papierweiss ohne Details

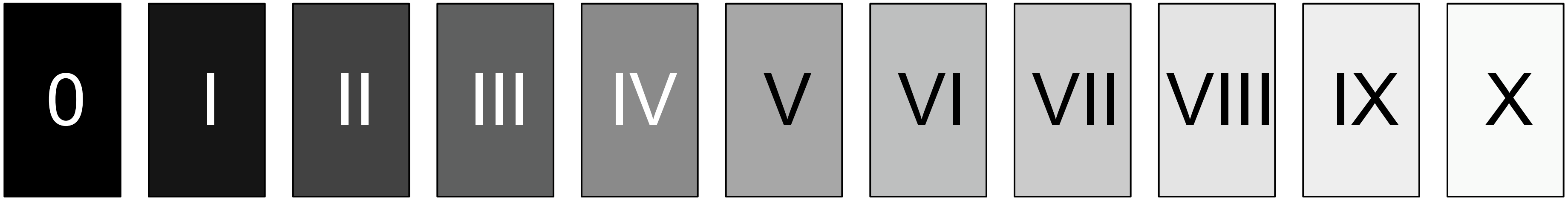
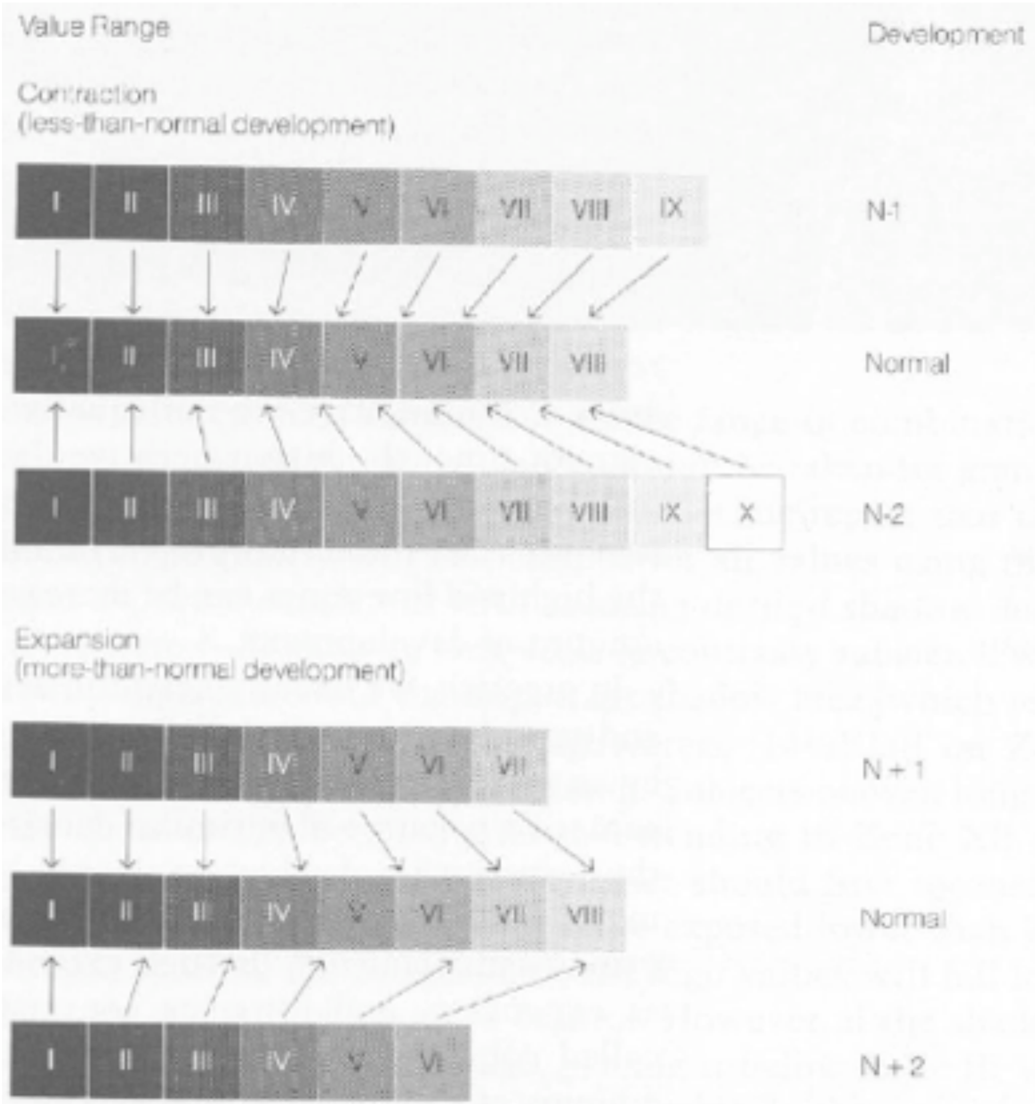
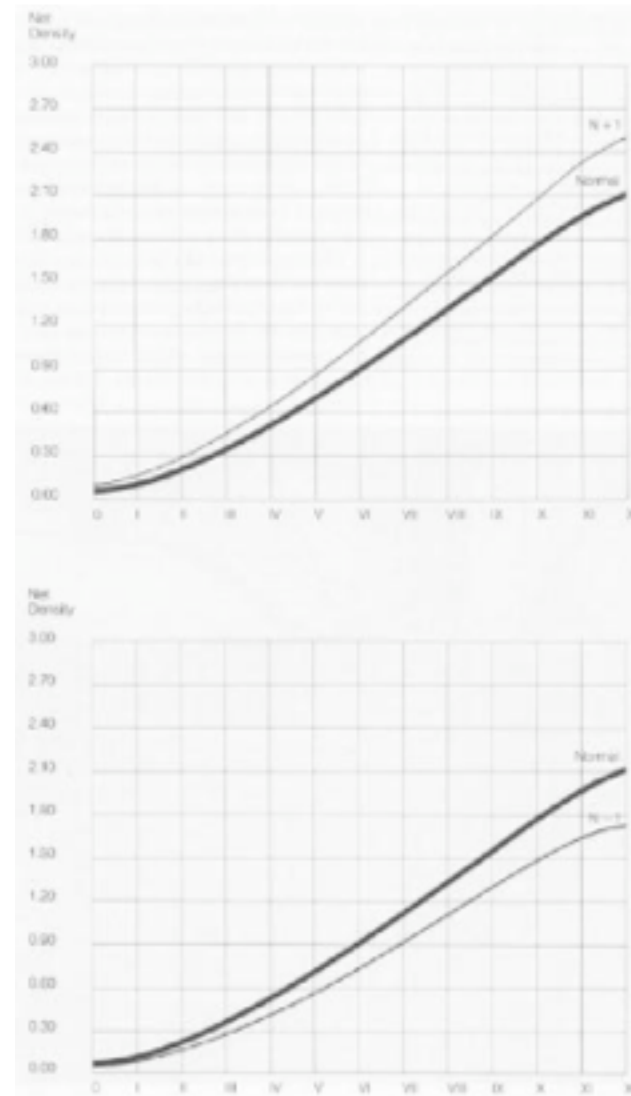


Abbildung der Szene in Zonen

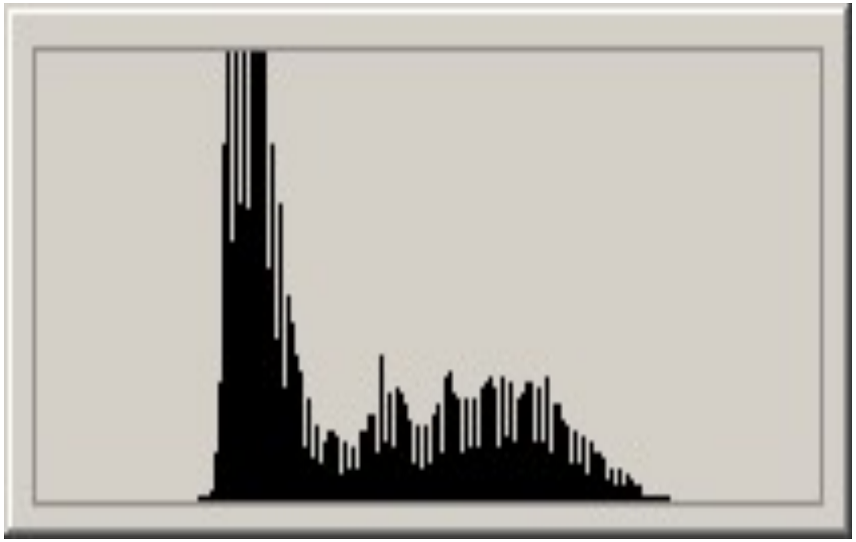
- Bei „normalem“ Kontrastumfang:
  - Schatten in Zone III
  - Lichter <= Zone VIII ?
- Bei zu hohem Kontrastumfang der Szene:
  - Bewusster Verzicht auf Details in Lichtern oder Schatten
  - Verkürzte Filmentwicklung und verlängerte Belichtung
- Bei zu niedrigem Kontrastumfang:
  - Abzug auf „hartes“ Papier (d.h. mit hohem Kontrast)
  - Verlängerte Filmentwicklung und verkürzte Belichtung
- Ziel: volle Ausnutzung des Kontrastumfangs des Films, aber überall noch volle Detailzeichnung

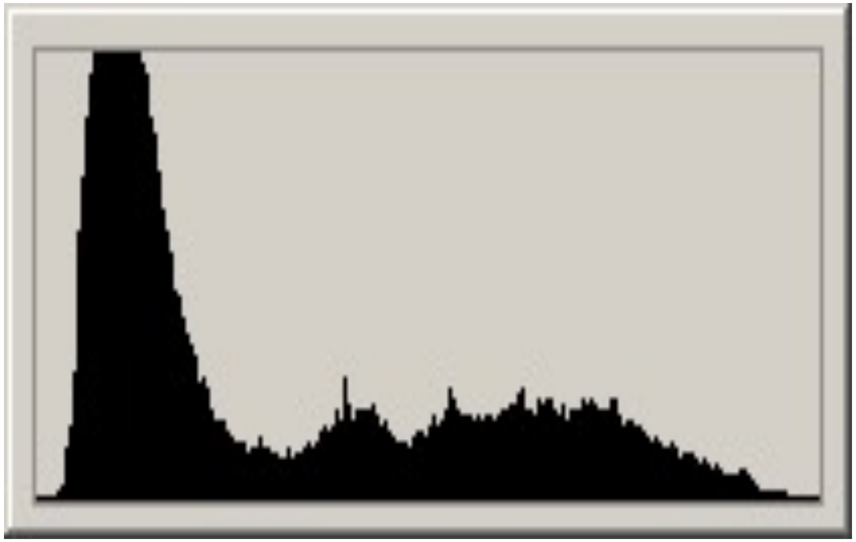
Abbildung der Szene in Zonen





Auswirkung am Histogramm





Übertragung auf digitale Fotografie

- Bewusste Steuerung der Helligkeit durch Spotmessung auf mittleres Grau
- Digitale Bildsensoren kritisch in den Lichtern
  - Warnfunktion mancher Kameras benutzen
  - Im Zweifel eher knapper belichten
  - Wenn Zeit genug: Belichtungsreihe
  - Aufhellblitz zur Kontrastreduktion
- Reduktion vom Bildsensor (12 Bit) auf JPEG (8 Bit) findet schon in der Kamera statt
  - RAW Format verwenden, um Details in Lichtern und Schatten zu erhalten
- Kontrastanpassung später am Histogramm

High Dynamic Range (HDR) Bilder

- Ziel: Kontrastumfang der Natur adäquat darstellen (z.B. 2^{20})
- 1. Problem: beschränkter Dynamikumfang der Aufnahmesensoren
- 2. Problem: Bildformate haben nur 8 oder 16 Bit Dynamikumfang je Farbkanal

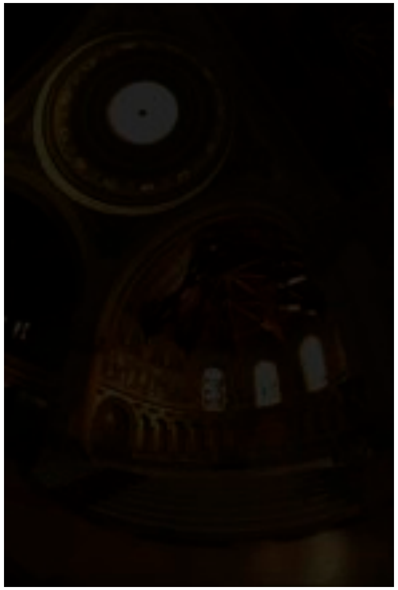
Bildquelle: http://www.cybergrain.com/
(Auch folgende Folien)

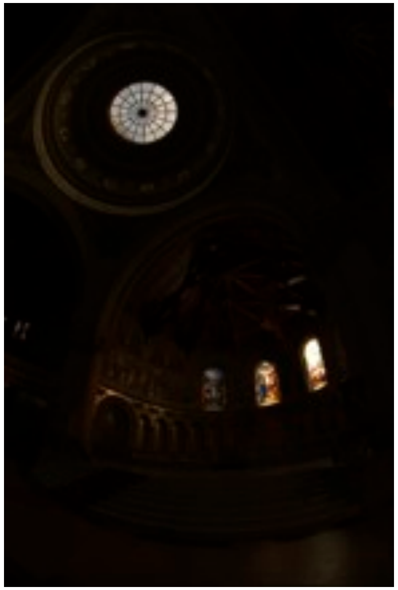
Repräsentation von HDR im Rechner

- Einfacher Trick: Pixelwerte nicht als 8 oder 16 Bit Integers, sondern
  - 32 oder 48 Bit Integer
  - 16 Bit Floats
  - 32 Bit Floats
- Verschiedene Formate vorgeschlagen
  - http://www.openexr.com/
  - Portable Float maps (PFM, wie PPM)
  - floating point TIFF

Erzeugung von HDR Bildern

- Spezielle HDR Kameras
- Raytracing bzw. Rendering
- Belichtungsreihe und Kombination mittels Photoshop oder HDRshop





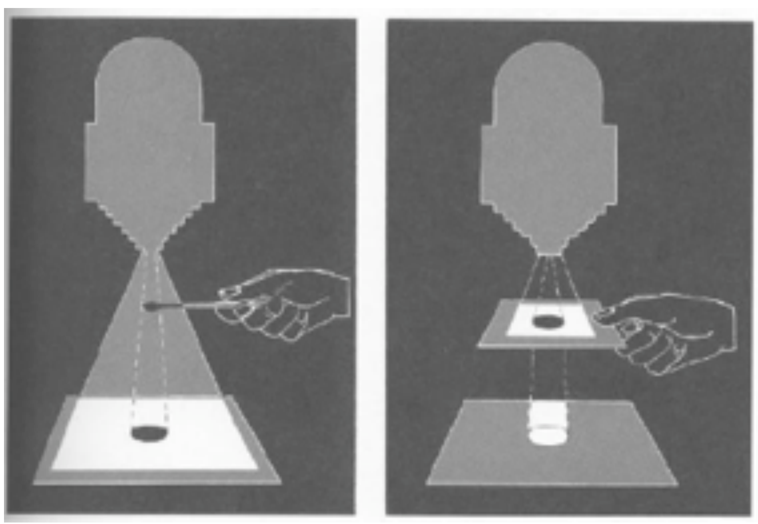
Anzeige von HDR Bildern

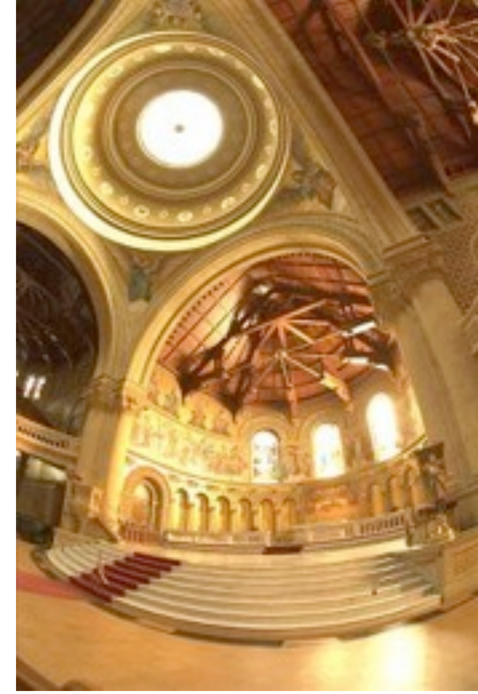
- Bis vor kurzem garnicht ;-)
- Heute HDR-Displays, Kontrastumfang bis 1:200.000 (2^{18}) (Quelle http://www.brightsidetech.com/)
- Grundidee: Hintergrundbeleuchtung aus einzelnen weißen LEDs
- Kann je Pixelgruppe

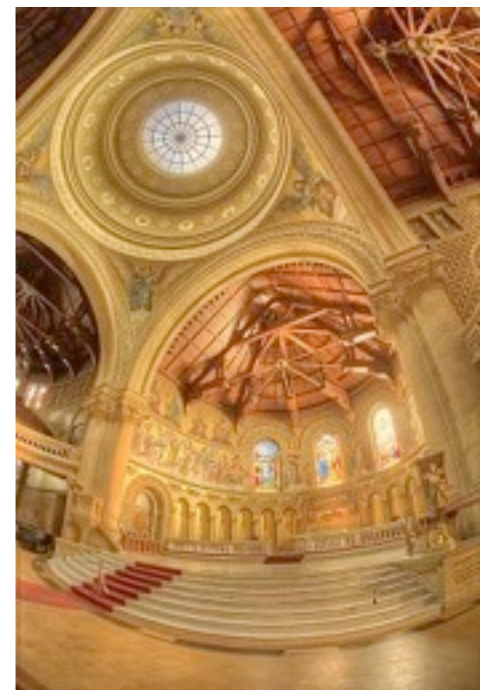
Hell oder Dunkel sein

Konvertierung auf LDR

- Verfahren: Tone mapping
- z.B. manuell in Photoshop mittels „dodge and burn“
- Automatisch: aktuelles Forschungsgebiet





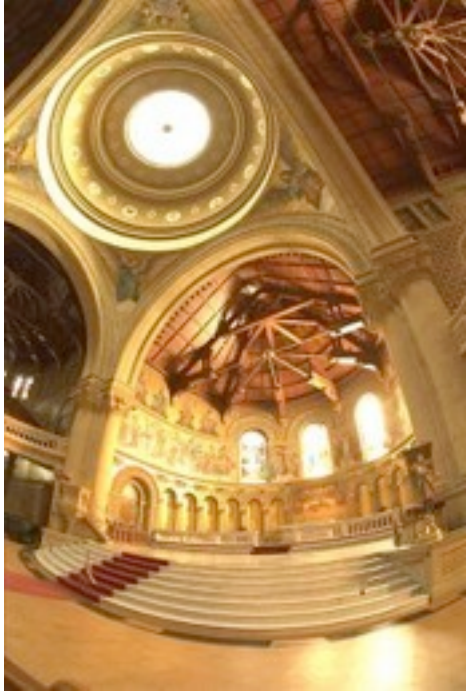


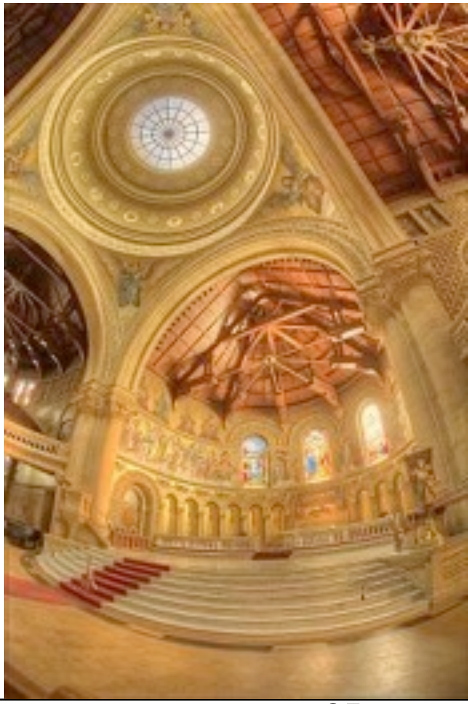
Tone mapping mit lokalen Mittelwerten

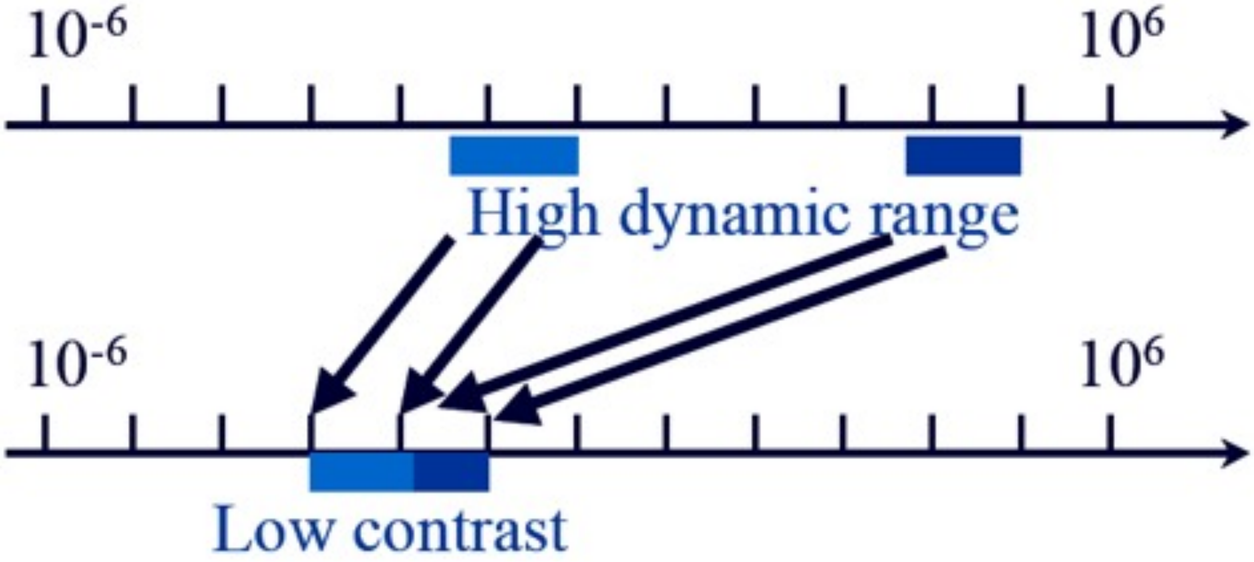
Tone mapping mit lokalen Mittelwerten

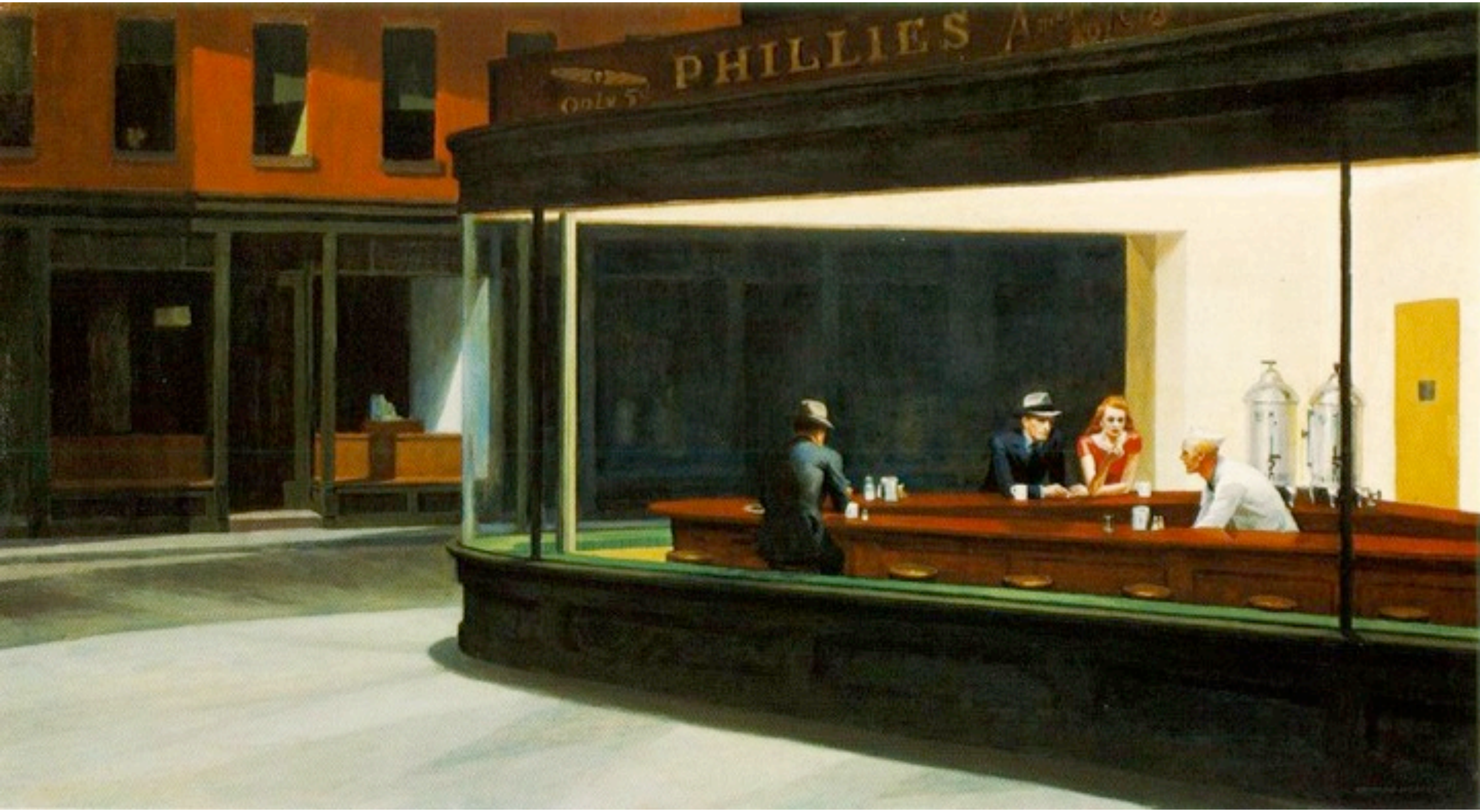
Tone mapping am Histogramm

- Kernidee: ignoriere leere Stellen im Histogramm
- Schiebe restliche Bildteile im Histogramm zusammen








PHILLIES
ONLY 5¢

Linksammlung

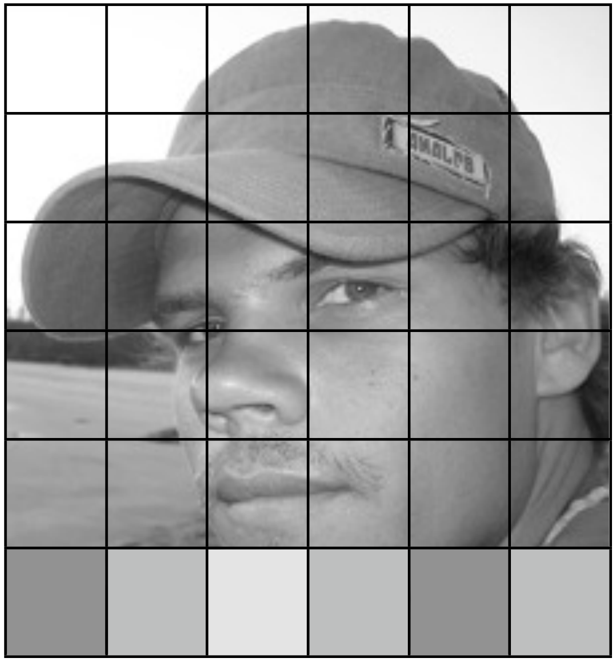
- http://www.anseladams.com/
- http://www.cybergrain.com/tech/hdr/resources.html
- http://www.hdrshop.com/

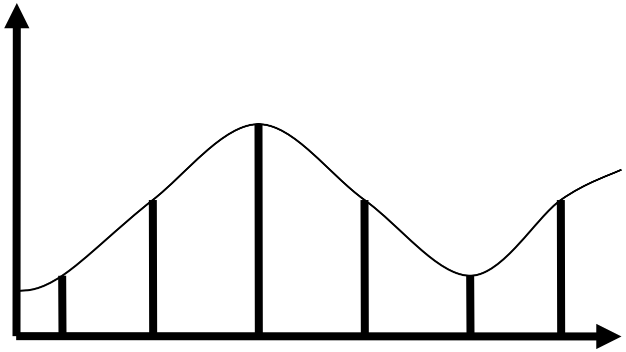
Abtastung Digitaler Bilder

Abtastung einer Szene

- Bildhelligkeit wird nicht für beliebige x,y kontinuierlich gemessen
- Messung nur an bestimmten Stellen, bzw. Integration über bestimmte Bereiche (Pixel)
- Entspricht mathematisch der Multiplikation mit einer Impulsfolge (Summe verschobener Impulsfunktionen)
- Impulsfunktion δ (oder Dirac-Funktion):

$$\delta(x-a) = \begin{cases} 0 & x \neq a \\ \infty & x = a \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)\,dx = f(a)$$

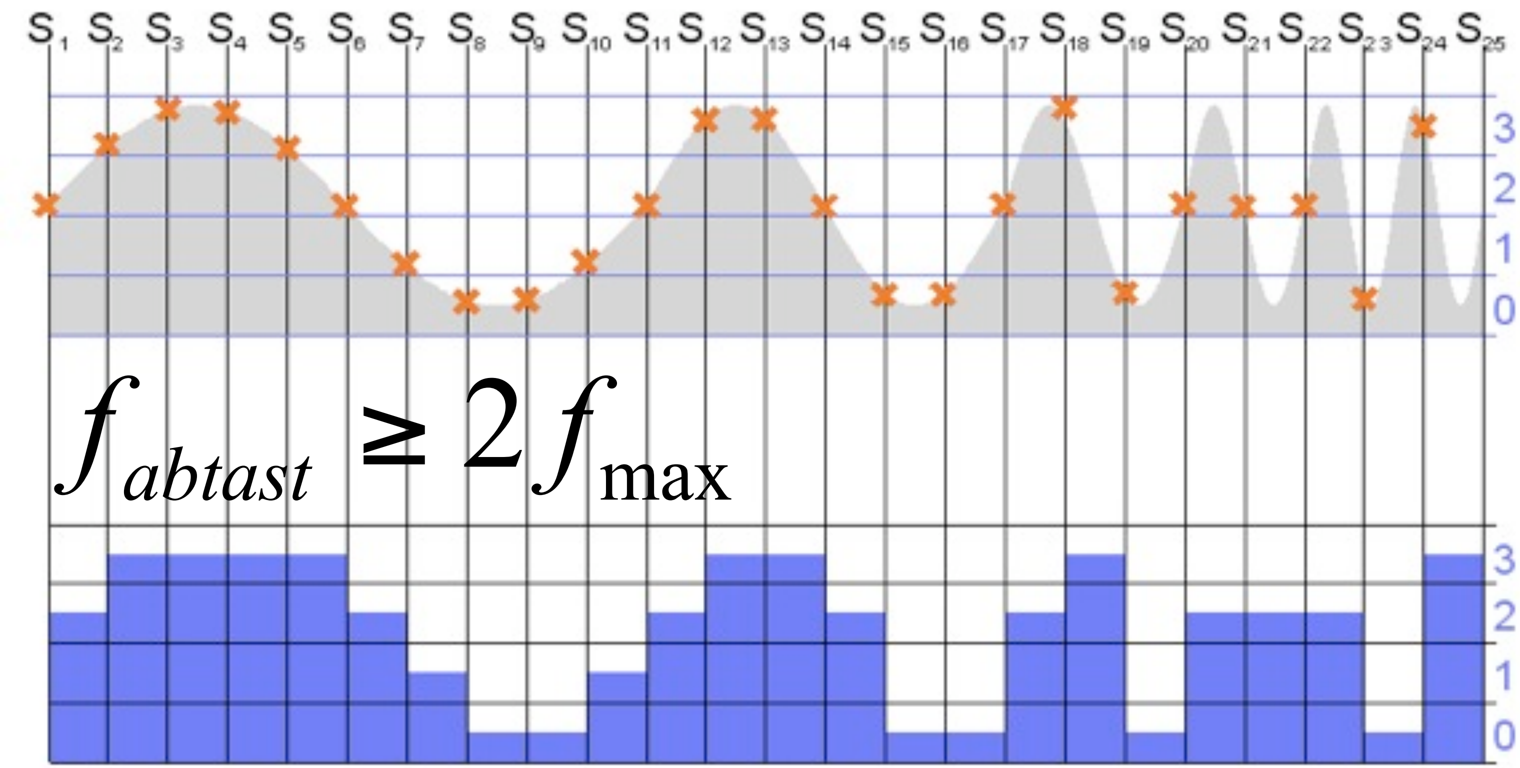




http://de.wikipedia.org/wiki/Delta-Distribution

Abtasttheorem von Nyquist-Shannon

- Ein digitales Signal mit maximalem Frequenzanteil f_{max} muss mit mehr als der doppelten Frequenz 2 f_{max} abgetastet werden

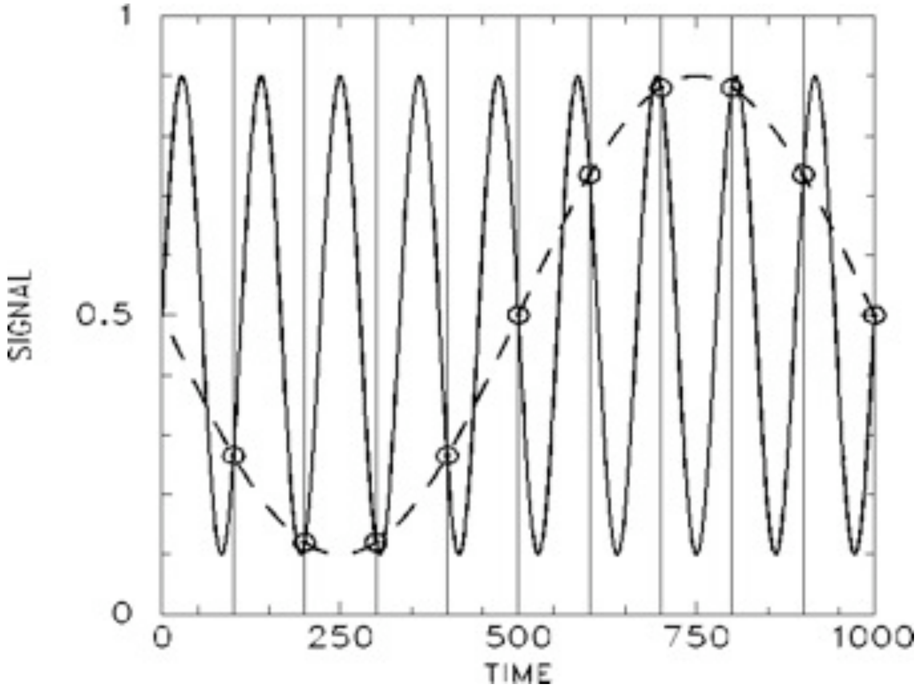


$$f_{abtast} \geq 2 f_{\max}$$

Aliasing

$$f_{abtast} < 2 f_{signal}$$

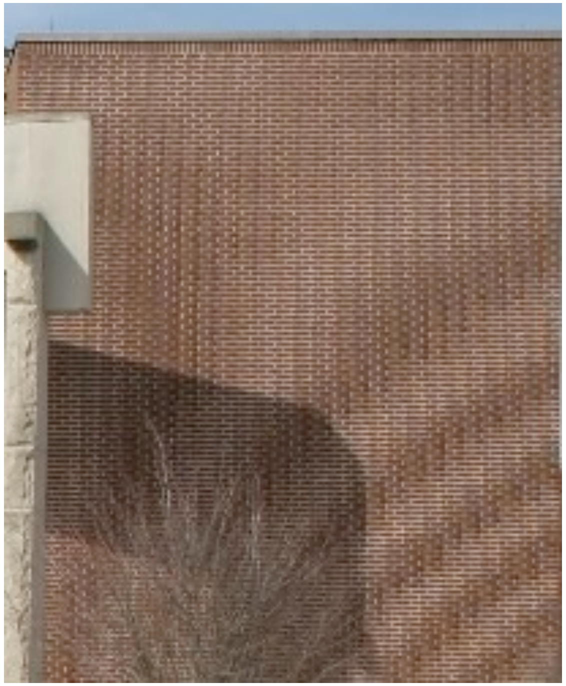
$$f_{alias} = \left| f_{abtast} - f_{signal} \right|$$

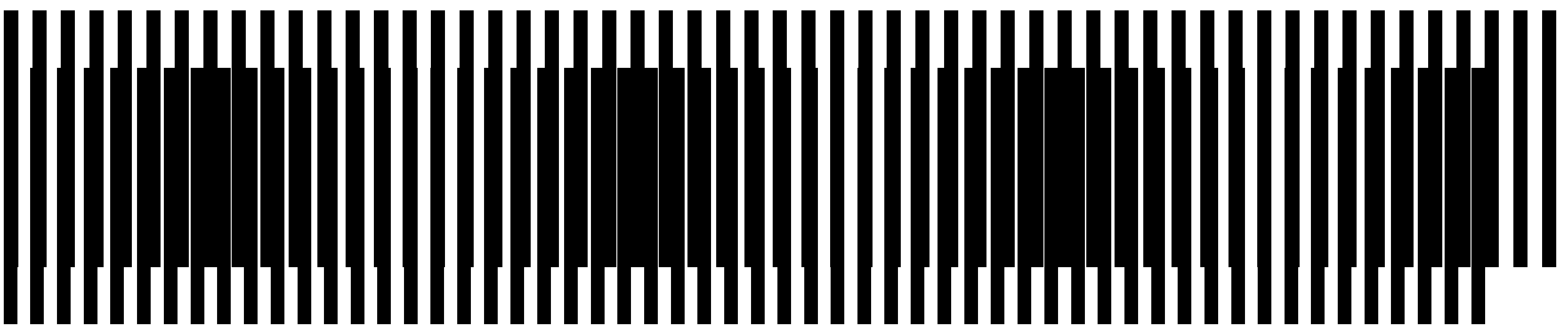


- Durch Unterabtastung ($f_{abtast} < 2\ f_{max}$) entstehendes falsches Signal
- Frequenz des Aliasing-Signals = Differenz aus Original- und Abtastsignal
- Schwebungstöne beim Stimmen einer Gitarre

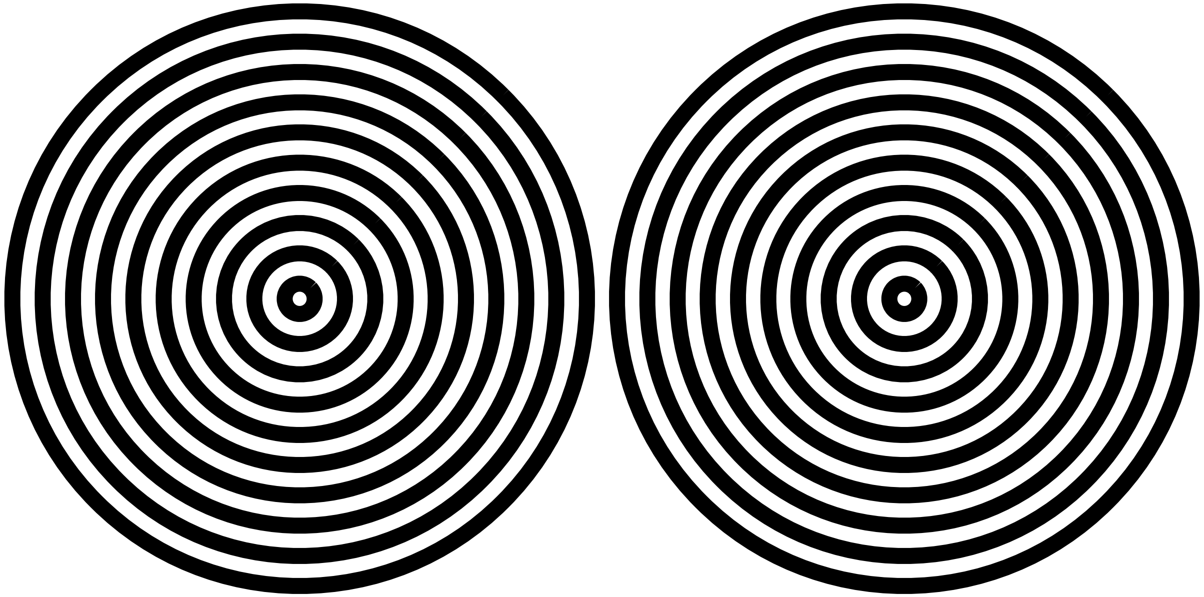
Aliasing in digitalen Bildern

Film-Beispiel





Moiree Muster



Verhinderung von Aliasing-Effekten

- Begrenzung der maximalen Signalfrequenz
  - Bei Digitalkameras: unscharfe Optik
  - Weichzeichner vor dem Bildsensor
- Supersampling mit höherer Samplingfrequenz und dann tiefpassfiltern
- Beispiel: Antialisaing durch Supersampling beim Zeichnen von Linien in einen Framebuffer (siehe 3DCG Teil dieser Vorlesung)

Konvolution, Korrelation

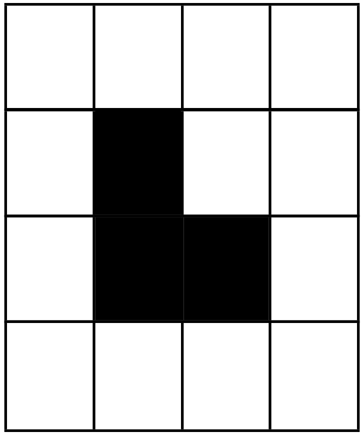
Lineare Operatoren auf Bildern

- Seien f, g abgetastete Bilder, a,b, Skalare
- O ist ein linearer Operator, falls gilt:

$$O(af + bg) = aO(f) + bO(g)$$

- Beispiel: Bild abdunkeln: O(f(i,j)) = 0.5 f(i,j)

Hintereinanderschreiben von Pixeln



- 2-dimensionales Bild wird zu einem langen 1-dimensionalen Vektor

Linearer Operator als Matrix

O lässt sich auch als Matrix ausdrücken:

Seien x,y die hintereinandergeschriebenen Pixel zweier Bilder, dann ist

$$\vec{y} = A\vec{x}$$

Wobei A quadratisch mit Rang der Pixelanzahl und jeder Eintrag $A_{i,j}$ gibt an, mit welchem Gewicht Pixel j aus x auf Pixel i in y abgebildet wird

Verschiebungsinvariante Operatoren

- … sind lineare Operatoren, deren Wirkung unabhängig vom Ort ist:

$$O \circ f(x+a, y+b) = [O \circ f](x+a, y+b)$$

- Beispiel: gleichmäßige Unschärfe im Bild durch Bewegung der Kamera

Konvolution (Faltung)

- Seien f, g abgetastete Bilder mit unendlicher Größe, m,n, Skalare

$$(g * f)(m,n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} g(i,j)\, f(m-i, n-j)$$

Heißt Konvolution der Funktion f mit g

- g heißt die Konvolutionsfunktion
- Funktioniert so nur für unendlich große Bilder

Eigenschaften der Konvolution

- Linear & verschiebungsinvariant
- Kommutativ & assoziativ

$$[g_1 * g_2](m,n) = [g_2 * g_1](m,n)$$
$$g_1 * ([g_2 * g_3](m,n)) = [g_1 * g_2](m,n) * g_3(m,n)$$

- D.h. wir können mehrere Konvolutionen vorab kombinieren und dann gemeinsam anwenden

Konvolution vereinfacht

Hat die Konvolutionsfunktion g nur einen begrenzten Bereich, in dem g != 0, dann heisst dieser Bereich Kern von g (kernel)

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	0	1	0	0	0
0	0	0	-1	0	1	0	0	0
0	0	0	-1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Konvolution anschaulich

1	0	-1	0	0	0	0
1	0	-1	1	0	0	0
1	0	-1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0

	1	2	0	-2	-1	
	2	2	0	-2	-2	
	3	2	0	-2	-3	
	3	2	0	-2	-3	
	2	2	0	-2	-2	

Verwendung der Konvolution

*

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

=

Punktantwort (point spread function, PSF)

- Faltung eines einzelnen Dirac-Impulses
  - Bild mit einem einzigen schwarzen Pixel
- Abgetastetes Bild = Folge von Dirac-Impulsen * Pixelhelligkeiten
- → Gesamtwirkung durch PSF vollständig beschrieben
- → falls PSF umkehrbar, kann Wirkung theoretisch rückgängig gemacht werden
  - scheitert praktisch an Numerik
- PSF kann experimentell bestimmt werden

Korrelation

- Seien f, g abgetastete Bilder mit unendlicher Größe, m,n, Skalare

$$(g * f)(m,n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} g(i,j)\, f(i-m, j-n)$$

Heißt Korrelation der Funktion f mit g

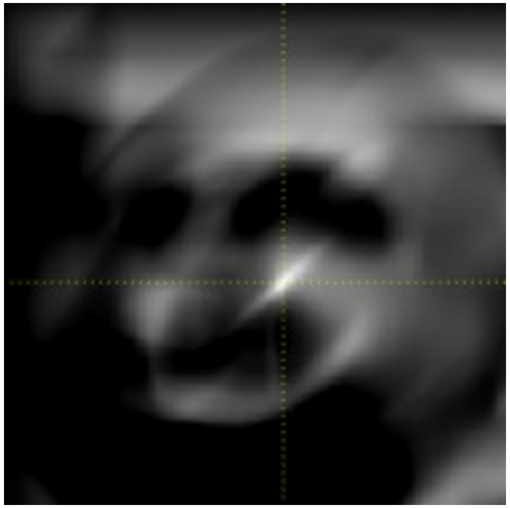
- g heißt die Korrelationsfunktion
- Funktioniert so nur für unendlich große Bilder → Vereinfachung siehe Konvolution

Verwendung der Korrelation

Ausgangsbild (f)

Korrelationsfunktion (g)

Ergebnis (g*f)



..normalisiert

Unterschiede Konvolution/Korrelation

- Nur verschieden in der Reihenfolge der Anwendung von g
- Gleich, falls der Kern von g symmetrisch unter 180° Rotation
- Beispiele:

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

Tiefpass

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

Hochpass

Tiefpass: Wirkung

*

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

=

Nützlich z.B. gegen Rauschen und Alias-Effekte

Hochpass: Wirkung

*

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

=

Nützlich zum Scharfzeichnen und Kanten finden

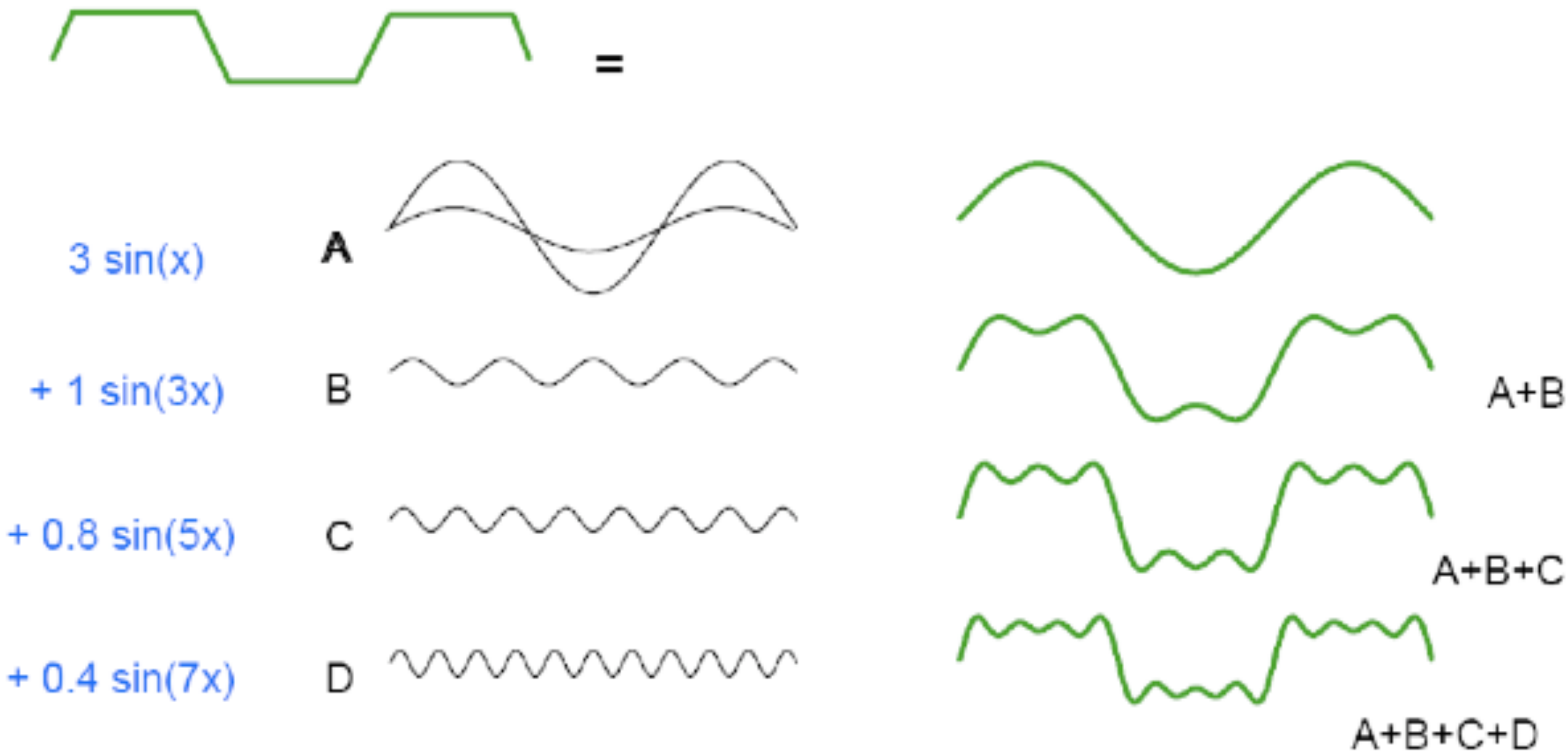
Fouriertransformation

Fourier

- Jean Baptiste Jposeph Fourier (1768-1830)
- Französischer Physiker und Mathematiker
- Erfinder der Fouriertransformation

Fouriertransformation: Grundidee

- Beschreibe beliebige Funktion als gewichtete Summe periodischer Grundfunktionen (Basisfunktionen) mit untersch. Frequenz



Periodische Funktionen

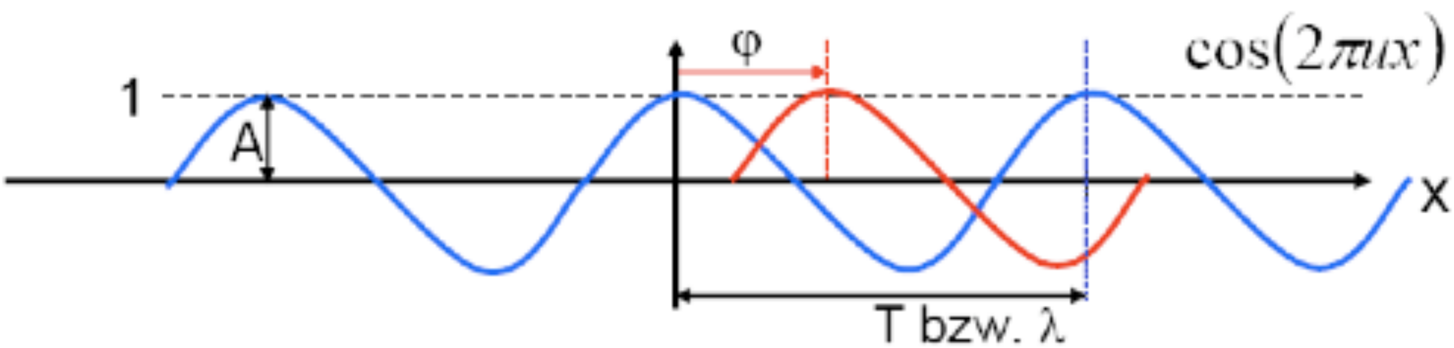
Parameter

A Amplitude: Intensität des Signals

φ Phase: Verschiebung gegenüber dem Ursprung

verschiedene Größen zur Beschreibung der "Frequenz" [Einheit]

zeitlich f(t)	*räumlich f(x)*
T Periodendauer [s]	λ Wellenlänge [m]
f Frequenz $f = 1/T$ [1/s=Hz]	f Raumfrequenz $f = 1/\lambda$ [1/m]
ω Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$	k Wellenzahl $k=2\pi/\lambda$



Fouriers Theorem

- **Jede beliebige** periodische **Funktion** läßt sich darstellen als **Summe von cos** und **sin** Funktionen unterschiedlicher Frequenzen.

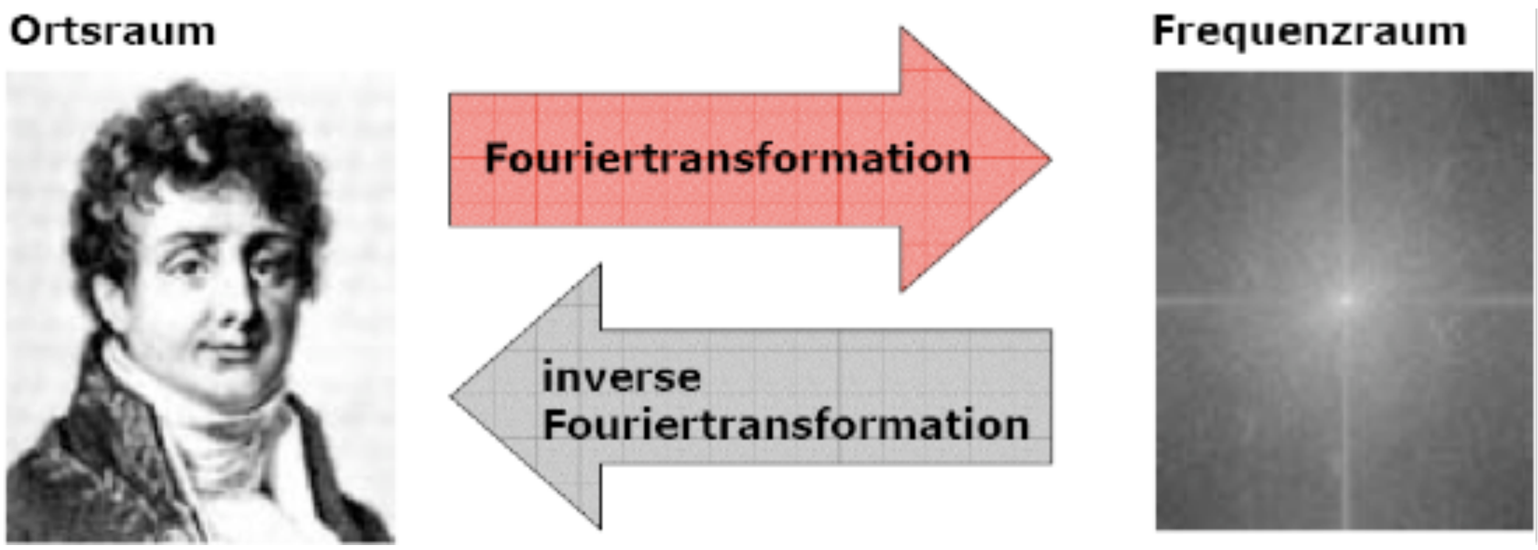
- 1. Ist die Funktion nicht periodisch, aber auf einen bestimmten Definitionsbereich beschränkt, so kann man diesen Bereich einfach kopieren (periodisch fortsetzen) und hat damit wieder eine periodische Funktion.
- 2. Ein Bild kann man als Zeilen und Spalten von nichtperiodischen Funktionen auffassen. Man kann also auch ein Bild fouriertransformieren.

Motivation (1)

- Manche Operationen sind im Ortsraum (d.h. auf den Pixeln des Bildes) schwer
  - Herausfiltern bestimmter Frequenzen
  - Beseitigung störender Details
  - Konvolution, Korrelation
- Ziel: übertrage Bild in einen Raum, in dem diese Operationen leichter sind
  - z.B. Zerlegung des Bildes in Frequenzen
  - Rückweg muss möglich sein!
  - Verschiedene Möglichkeiten, gleiches Prinzip

Motivation (2)

- Bisher: Darstellung des Bildes im **Ortsraum** durch den Grauwert an einem bestimmten Ort
- Jetzt: Darstellung im **Frequenzraum** durch cos und sin Funktionen verschiedener Frequenzen
- Ein Bild kann eindeutig und vollständig in beiden Räumen dargestellt werden.



Fouriertransformation: Eigenschaften

- Transformation: verändert eine Funktion nicht, sondern stellt sie nur anders dar
- Transformation ist umkehrbar → inverse Fouriertransformation

- Analog zum Basiswechsel in der Vektorrechnung

Exkurs: Vektorrechnung

$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

bilden eine Basis b_1 des R^3
sind paarweise orthogonal
haben Länge 1

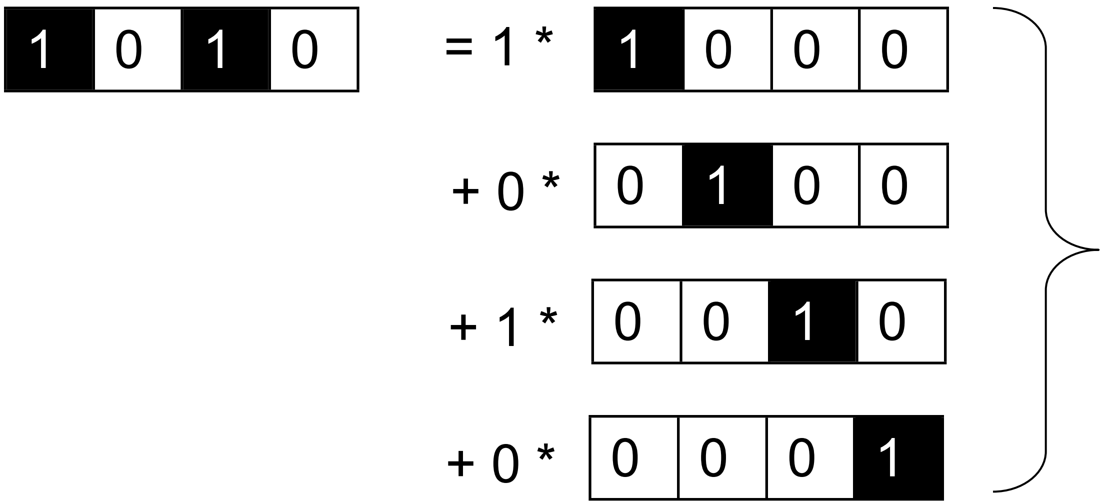
$$\begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\1/\sqrt{2}\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\-1/\sqrt{2}\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

bilden ebenfalls eine Basis b_2 des R^3
sind ebenfalls paarweise orthogonal
Haben ebenfalls Länge 1

$$\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0\\1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Ist orthogonal und normiert
(d.h. $M^T = M^{-1}$)
Ist Basiswechselmatrix
von b_1 nach b_2

Anschaulich: Basisvektoren eines Bildes



bilden eine Basis des R^4
sind paarweise orthogonal
haben Länge 1

- Wahl anderer Basisvektoren ➔ Transformation mittels Basiswechsel
- Basiswechselmatrix vom Rang der Pixelanzahl

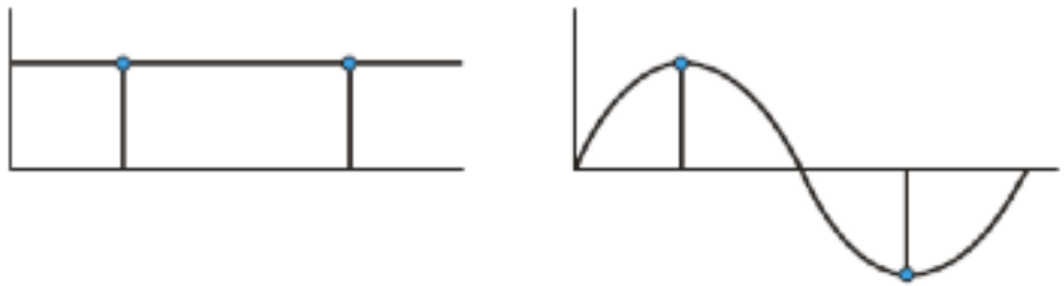
Orthogonale Funktionen

- Seien f_1 und f_2 Funktionen, die an N Stellen abgetastet sind (also N-dim. Vektoren)
- f_1 und f_2 sind orthogonal, falls gilt:

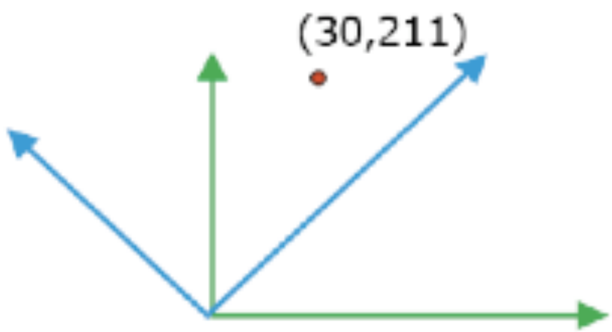
$$f_1 * f_2 = \sum_{k=0}^{N-1} f_1(k) f_2(k) = 0$$

- D.h. das Skalarprodukt der zugehörigen Vektoren ist 0
- N paarweise orthogonale Funktionen $f_1 \dots f_N$ bilden damit eine orthogonale Basis des N-dim. Raums
- Transformationen zwischen orthogonalen Basen sind immer umkehrbar

Orthogonale Funktionen



Basis:
(1, 1)
(1, -1)



Transformation:

$$(30,211) * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (241, -181)$$

Rücktransformation:

$$(241,-181) * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^T = (60, 422)$$

Anmerkung:

Das Resultat der Rücktransformation muss skaliert werden, weil die Basis nicht normiert ist.

Orthogonale Funktionstransformationen

- Betrachte abgetastete Funktionen wie Vektoren
- Finde neue geeignete orthogonalen Basis
- Üblicherweise Basisfunktionen, die eine Bedeutung bzgl. der betrachteten Eigenschaft haben
  - Fourier-Basis: komplexe, periodische Funktionen
  - Kosinusbasis: Kosinusfunktionen
- Transformiere Bild in diese Basis
- Betrachte es dort
- Transformiere zurück

$$\vec{y} = A\vec{x}$$

$$\vec{x} = A^{-1}\vec{y}$$

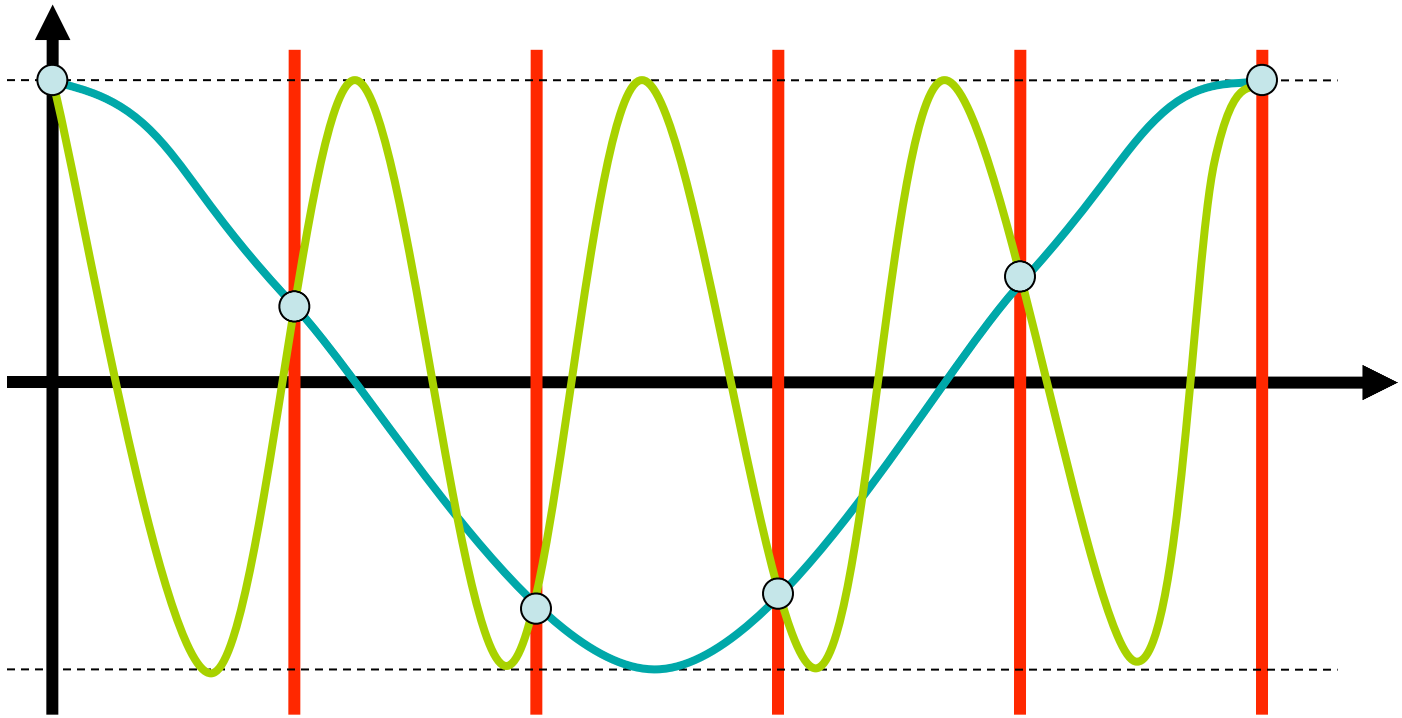
Die Fourierbasis (1)

- Ausgangspunkt: Bildzeile mit N Pixeln
- 1. Versuch: wähle Kosinusfunktionen

$$\cos(u_1 n), \cos(u_2 n), \ldots \cos(u_N n)$$

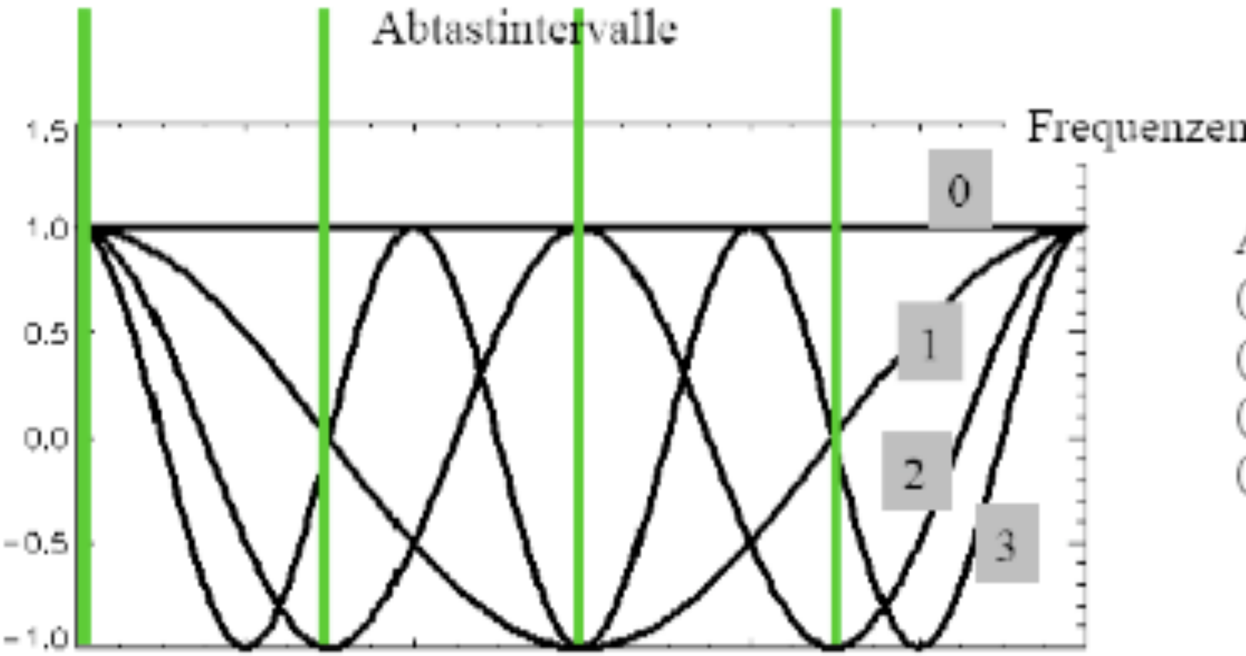
- Wobei u_1 … u_N ganzzahlige Vielfache von $u_0 = 2\pi/N$

Fourierbasis (2)



- N=5, $u_i = 1$, $u_j = 4 = N - u_i$
- Problem: falls $u_i = N - u_j$ ist, sind die Abtastungen gleich
- ➔ nur N/2 Funktionen verfügbar, keine Basis
- Siehe auch Shannon-Nyquist Theorem, Aliasing

Fourierbasis (3)



Abgetastete Kosinuswellen:

$(1\quad 1\quad 1\quad 1)$

$(1\quad 0\ -1\quad 0)$

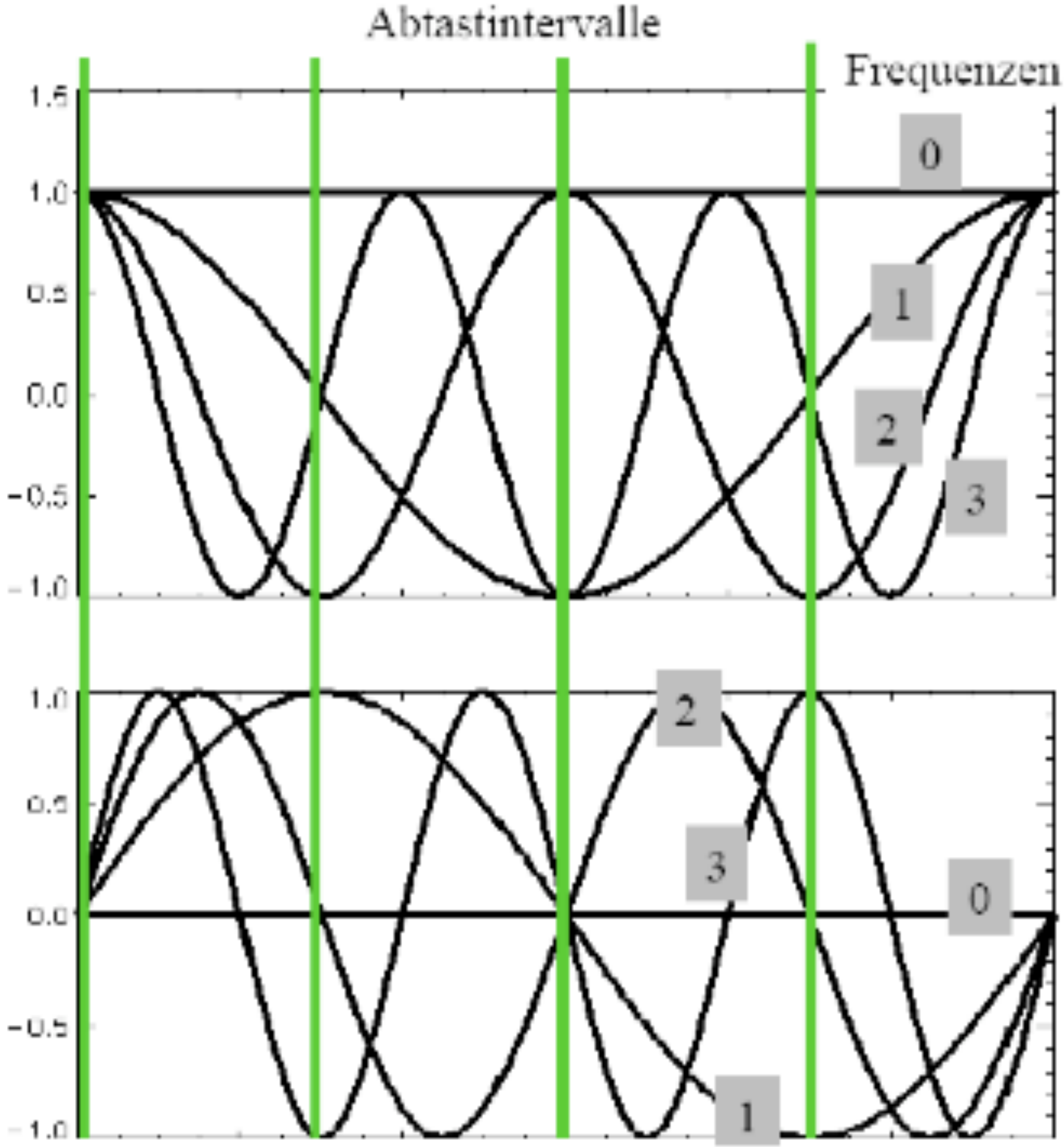
$(1\ -1\quad 1\ -1)$

$(1\quad 0\ -1\quad 0)$

Lösungen:

- frequenzverschobene Perioden (DCT).
- komplexe periodische Funktionen (FT).

Basis-funktions-paare



Abgetastete Kosinuswellen:

(1 1 1 1)
(1 0 –1 0)
(1 –1 1 –1)
(1 0 –1 0)

Abgetastete Sinuswellen:

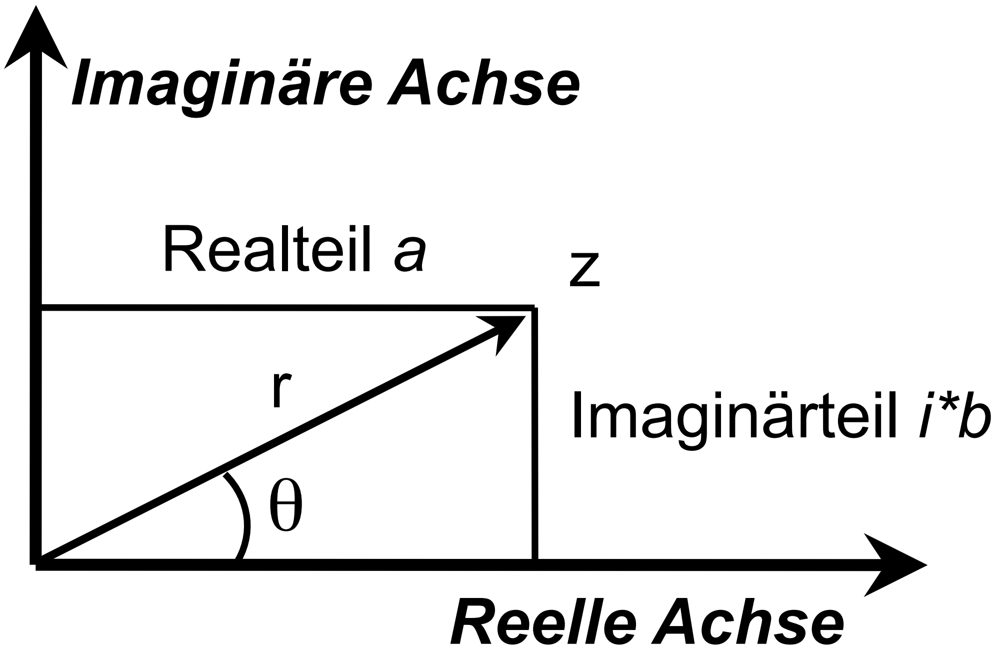
(0 0 0 0)
(0 1 0 –1)
(0 0 0 0)
(0 –1 0 1)

Erinnerung: komplexe Zahlen

- Im Bereich der reellen Zahlen gibt es keine Lösung für $x^2 = -1$
  – Einführung der imaginären Zahlen
  – i: Lösung der Gleichung $x^2 = -1$
- Die Gruppe der reellen und imaginären Zahlen nennt man *komplexe* Zahlen

- Komplexe Zahl *z*: $\boldsymbol{z = a + i*b}$, wobei a und b reell sind

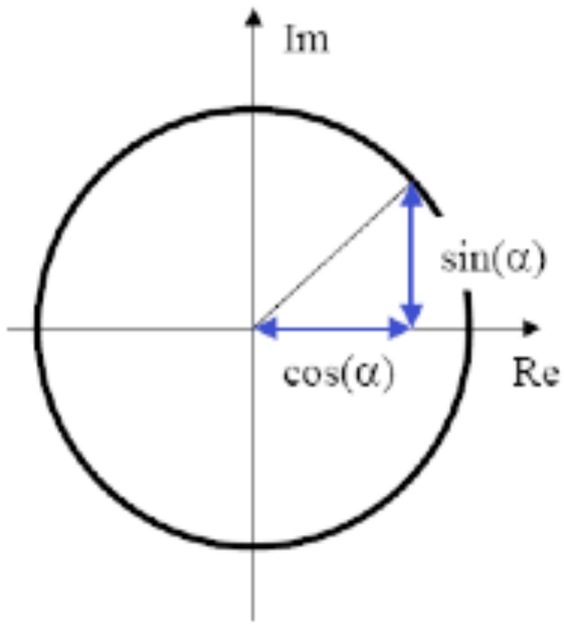
Erinnerung: komplexe Zahlen



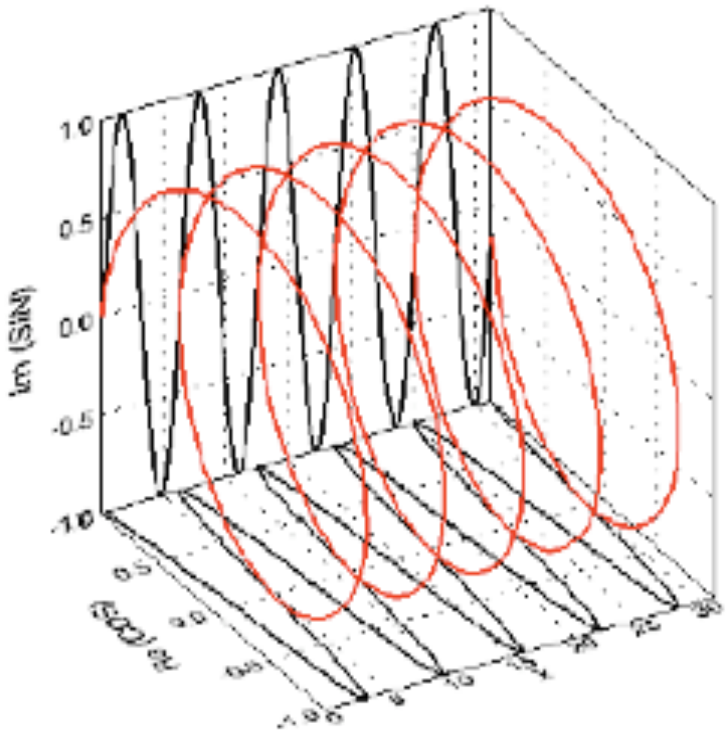
$$z = a + ib = r \times e^{i\theta} = r(\cos(\theta) + i \times \sin(\theta))$$

Komplexe periodische Funktionen

$$\cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha)$$



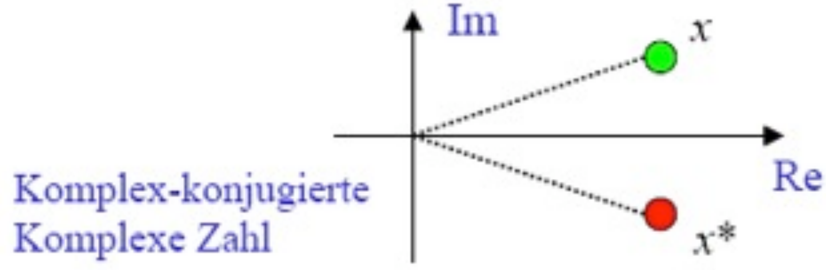
Alle Werte für komplexe Zahlen der Form $\cos(\alpha)+i\sin(\alpha)$ liegen auf einem Kreis mit Abstand 1 in der komplexen Ebene.



Komplexes Skalarprodukt

Skalarprodukt zwischen zwei Vektoren mit komplexen Elementen:

- Summe der Produkte der Komponenten des ersten Vektors mit der komplex-konjugierten Komponenten des zweiten Vektors.
- Die komplex-konjugierte zu $x=a+i\cdot b$ ist $x^*=a-i\cdot b$.



Skalarprodukt:

$$\vec{x} \bullet \vec{y} = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot y_i^* = \sum_{i=0}^{N-1} (\mathrm{Re}(x_i) + i\,\mathrm{Im}(x_i))(\mathrm{Re}(y_i) - i\,\mathrm{Im}(y_i))$$

Fourierbasis (3)

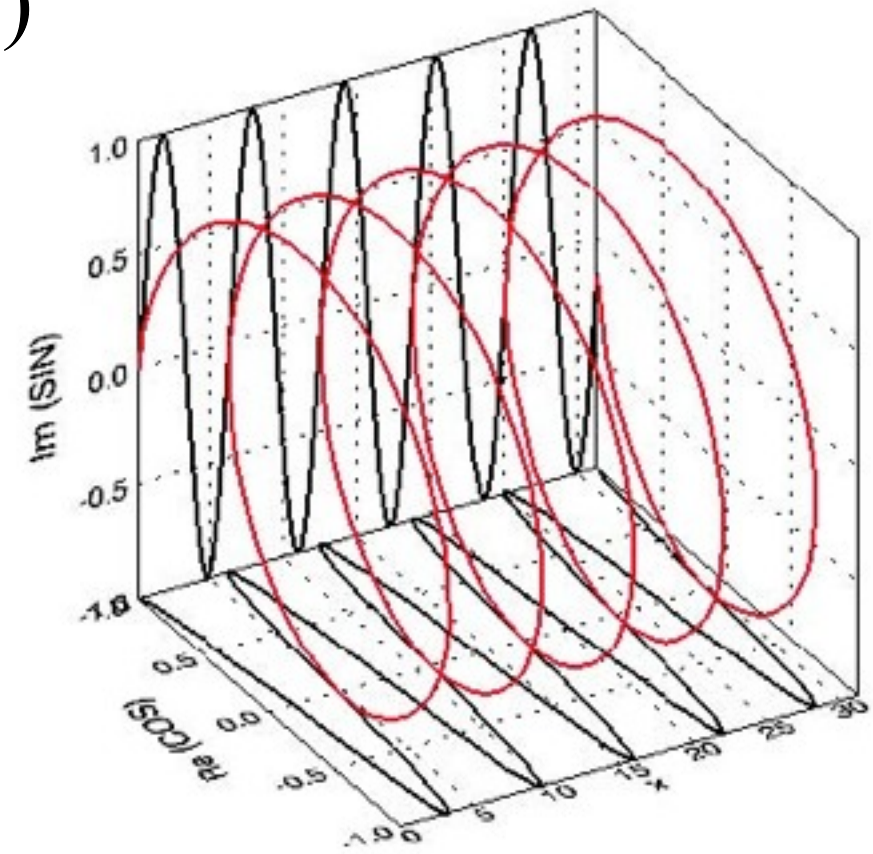
- 2. Versuch: wähle komplexe Funktionen

$$f = \cos(un) + i\sin(un)$$

- Wobei u ein ganzz. Vielf. von $u_0 = 2\pi/N$

- → N verschiedene Funktionen

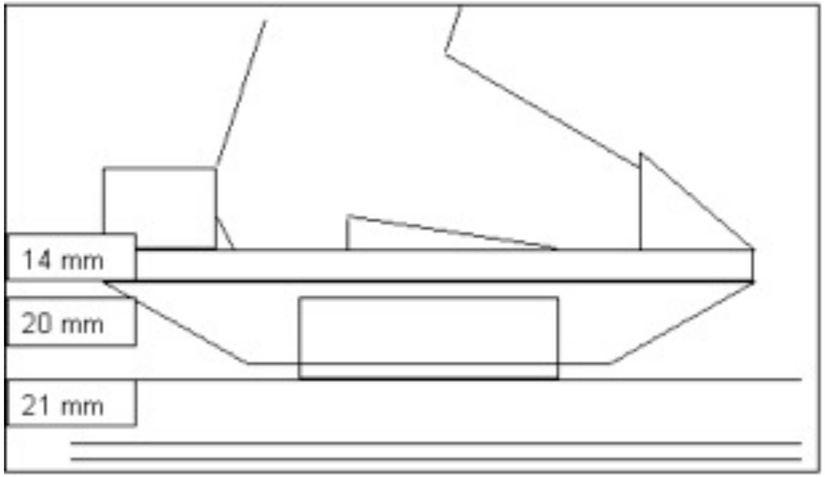
- Ist eine Basis



Belastungen beim Carving

Technikanalyse und Kräfte beim Carving

Diplomarbeit zur Erlangung des Eidg. Turn- und Sportlehrerdiploms II



- „Die erheblichen Schwingungen erlauben es auch nicht, eindeutige Aussagen bezüglich absoluter Kräfte zu machen. Eine Fourier- Analyse hätte diesbezüglich eine Vereinfachung, […] der Diagrammauswertung gegeben."